

面積積雪水量の算出に関する研究

荒川 秀俊

福岡管区気象台

石原 健二*

気象庁

The Study of the Estimation of Areal Water Equivalent of Snow Cover

By H. Arakawa

Fukuoka District Meteorological Observatory

and

K. Ishihara*

Japan Meteorological Agency, Tokyo

Abstract

The purpose of this study is to develop an equation to estimate the areal water equivalent of snow cover from the depth and density of snow cover without depending on snow survey.

The areal water equivalent of snow cover of the basins of large river in Japan for winter of 1963 was estimated from the depth and density of snow cover on March 10. As to the density, an adequate assumption was made from a few observational data.

Since the above-mentioned method may involve a considerable error due to the assumption of density of snow, an equation to estimate snow cover density based on the theory of viscous compression of snow layer was also derived.

1. はしがき

従来、面積積雪水量の算出には、積雪測量による方式がとられてきた。これは、積雪地帯の山地に調査員が入りこみ、採雪器を携行して、数多くの測点で積雪をボーリングして、その重量を測定し、それらを集計して流域内の面積積雪水量（積雪の相当水量）を計算するというやり方である。1948年、北海道の石狩川支流忠別川流域（流域面積 256 km²）で、菅谷重二が本格的積雪測量を

おこなって以来、各地の流域で積雪測量が活発におこなわれるようになった。1954年には、調査面積が全国総計で 8,600 km² にも達している。観測点密度もかなり周密で、1点あたり数 km² から数 10 km² という観測網である。その後、積雪測量は次第に下火になりつつある。これは、積雪測量が非常な危険をともなう調査であるということと、積雪測量をおこなえる地域はかぎられており、流域内の面積積雪水量の誤差がどれくらいであ

* 執筆者 (The writer assigned for the report)

るかも正確につかめないということによるのではないかと思われる。このため、代表コースを設定して、このコース上の積雪測量の測定値を指数 (index) とする方式に次第にかわりつつある。しかし、現状では代表スノー・コースをいかに選定するかという根拠もきわめて薄弱である。放射性同位元素による積雪水量測定もかなり開発されているが、これとても、放射性同位元素による観測網を流域内に細かく張るわけにはいかない。今後の方向としては、積雪の深さから積雪水量を推定する方式が大いに開発されなければならないと考える。

積雪の深さを H 、積雪の密度を ρ とすれば、積雪水量 M は次式で求められる。

$$M = \rho H$$

積雪の深さの観測は、人の住んでいるところでおこなわれるのが普通であり、山地の積雪の深さは普通はわからない。しかし、積雪の深さと海拔高度との関係について、ある程度のデータがあるならば、データの無い海拔高度へまでその関係曲線を延長して、山の高いところの積雪の深さを推定することもできる。また、山の立木や送電線の鉄塔などにあらかじめスケールをマークしておいて、望遠鏡やヘリコプターからの視察によって、積雪

の深さを知ることにも可能である。最近、航空写真からの積雪の深さの解析が開発されているが、積雪ロボットの測器開発とともに、大いに期待されるところである。

積雪の密度については、その数値を推定するということになるのであるが、これも、いくつかの平地の代表点で積雪の密度を定期的に測定すれば、その時間的変化・地理的分布などから、流域についての代表性のある数値をきめることが可能である。また、小島賢治の提出した粘性圧縮理論を用いて、積雪密度を理論的に推定することも可能である。

以上の、間接方式による面積積雪水量の算出が、本研究の内容である。

2. 面積積雪水量の簡易計算

昭和38年の冬は、北陸地方を中心として豪雪が集中した。この年の面積積雪水量を、積雪の深さの分布図と、適当に仮定した積雪密度の値とから日本の主な河川流域について求めて見よう。

図-1 は、昭和38年3月10日現在の気象庁関係の観測値から求めた全国の積雪深分布図である。面積積雪水量を求めた河川流域は表-1 に示すとおりである。ある河川の流域について、特定の海拔高度間隔ごとの面積 (S_i)、

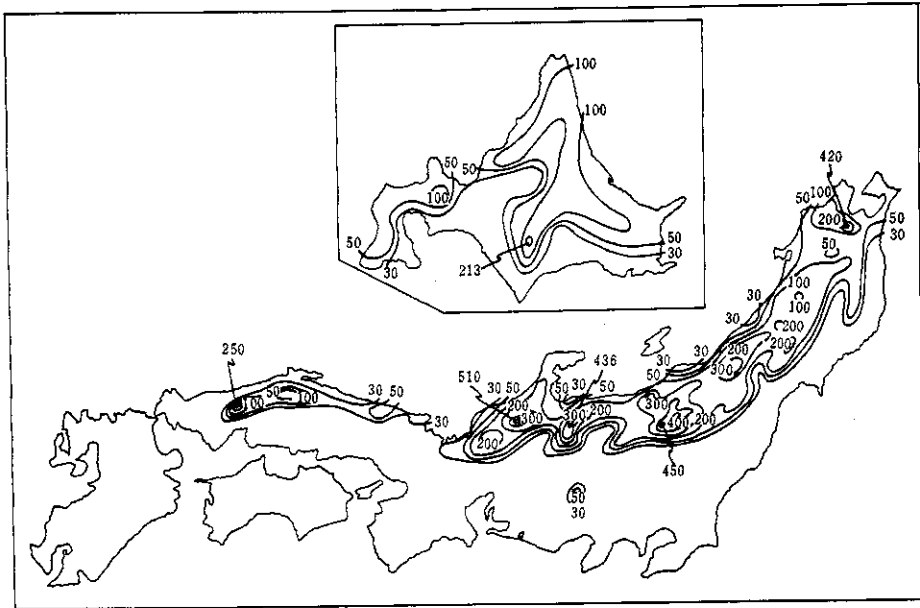


図-1 昭和38年3月10日現在の積雪分布 (単位 cm)
Snow cover on March 10, 1963 (cm).

S_i 内の代表積雪深 (H_i), S_i 内の代表積雪密度 (ρ_i) がわかれば, その流域内の面積積雪水量 M は次式で求められる。

$$M = \sum_i H_i \cdot S_i \cdot \rho_i$$

上式で計算した結果が表-1 に示されている。表-1 の数値の計算には, 海拔高度間隔は 200 m または 500 m にとつてある。山地の観測値の不足は, 積雪深・海拔高

表-1 主要河川流域の面積積雪水量
(昭和38年3月10日)

Areal water equivalent of snow cover of basins of large rivers (March 10, 1963).

河川名	流域面積 km ²	総面積積雪水量 ton	平均面積積雪水量 mm/cm ²	積雪密度 gr/cm ³
荒川	3,700	178,130 × 10 ⁴	481	0.45
親来川	1,390	49,662	357	"
力頭竜川	2,760	302,220	1,095	"
手取川	880	160,140	1,819	"
庄川	1,250	186,605	1,493	"
神通川	2,830	339,840	1,200	"
常願寺川	490	72,000	1,469	"
黒部川	820	126,945	1,548	"
信濃川	12,450	1,119,852	899	"
魚野川	810	99,000	1,222	"
信濃川下流 (小千谷—三条)	2,850	468,056	1,642	"
信濃川下流 (三条より下流)	440	12,892	293	"
信濃川中流 (飯山—十日町)	1,490	134,790	905	"
千曲川右岸	1,890	90,833	481	"
千曲川左岸	2,145	33,179	155	"
犀川右岸	2,825	281,102	995	"
犀川左岸	7,520	730,644	972	0.40
阿賀野川	3,640	461,760	1,269	"
下流	260	43,400	1,669	"
田子倉ダム集水域 (奥只見—田子倉)	490	82,500	1,684	"
奥只見ダム集水域	880	67,344	765	"
盤梯山吾妻山城	1,540	58,048	377	"
大川	710	58,092	818	"
檜枝岐川	1,710	107,931	631	0.45
利根川上流	990	65,055	657	"
奥利根	720	42,876	596	"
片品川	10,306	277,436	269	0.40
北上川	5,410	216,940	401	"
北上川右岸	4,896	60,496	124	"
北上川左岸	810	72,520	895	"
奥入瀬川	7,660	633,945	828	0.42
最上川	1,190	132,329	1,112	"
赤川・最上川下流	2,490	263,130	1,057	"
最上川中流	3,980	237,486	597	"
最上川上流	4,840	299,520	618	0.40
雄物川	3,650	205,530	563	"
米代川	8,440	278,063	329	0.30
十勝川	14,140	421,577	298	"
石狩川	2,520	197,537	745	"
石狩川右岸	11,620	224,040	193	"
石狩川左岸	5,000	176,877	354	"
天塩川				

度曲線を各流域の各斜面別に入手した資料で作成し, その曲線の補外によって補った。積雪密度については, 3月10日ごろの積雪密度の測定値を全国的に集めて, その分布図を作成した。しかし, 十分な数の資料が得られなかったので, 分布図から各流域について, 表-1 に示すような全体的な代表的積雪密度を設定した。

表-1 の面積積雪水量の値は, 山地における積雪深資料の不足, 積雪密度の資料の不足のために, かなりの誤差のあることは止むを得ないところであり, 概括的なオーダーを見るという程度以上のことを期待することはむずかしいのである。

そこで, 積雪密度をもっと合理的に求められないかというのを次に考えて見る。

3. 積雪の粘性圧縮理論による積雪密度の推定

北海道の小島賢治は1955~1957年に, 昇華変態中における積雪層の層厚あるいは密度の時間的変化を積雪の粘性圧縮理論を用いて説明することに成功した。その粘性圧縮理論を用いて, 積雪密度そして積雪水量を求めることを考えて見よう。

ある日, かなりの降雪があり, その深さを $h(0)$ としよう。 t 日経過した後では, その層厚は $h(t)$ に圧縮される。

その積雪層の圧縮速度は $-\left(\frac{dh}{dt}\right)_t$ である。したがって積雪層のひずみ速度は $-\left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dt}\right)_t$ となる。

積雪が蒸発などによる実質量の損失がないとすると, 積雪層の密度を ρ として

$$\rho(0)h(0) = \rho(t)h(t)$$

$$\therefore \text{積雪層のひずみ速度} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}\right)_t \quad (1)$$

となる。

一方, 積雪層のひずみ速度は, dt 時間内の圧力 $P(t)$ に比例する。比例定数を $1/\eta(t)$ とおけば

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}\right)_t = \frac{P(t)}{\eta(t)} \quad (2)$$

となる。ここに, $\eta(t)$ は積雪の粘性圧縮係数と称するものである。そして $P(t)$ は, その積雪層の上につもっている積雪の重さによる圧力 $w(t)$ である。よって

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{w(t)}{\eta(t)} \quad (3)$$

小島は, 積雪の粘性圧縮係数と積雪密度との間に次の実験式を与えた。

$$\eta = \eta' e^{c\rho} \quad (4)$$

北海道の測定値は, 昇華変態の雪については, 図-2 に示すように, a と c の線の間に入り, 中央値の b 線に

については、 η, κ に次の数値を与えた実験式となる。

$$\eta = 1.0e^{21.0\rho} \text{ gr-wt day/cm}^2 \quad (5)$$

昭和38年1月の福井の積雪断面観測の結果を用いて、層の追跡をおこない積雪の粘性圧縮係数を求めて見ると、表-2 のようになる。

表-2 積雪の粘性圧縮係数 (昭和38年冬, 福井)

Coefficient of viscous compression of snow layer (at Fukui, Winter of 1963).

層 No.	月・日	ρ	$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$	w	η
				gr-wt/cm ²	gr-wt day/cm ²
J-24	1.24	0.11	0.18	7.50	41
	1.28	0.23	0.09	21.35	237
	1.31	0.33			
J-28	1.28	0.08	0.18	2.41	13
	1.31	0.14			
	2. 7	0.25	0.19	5.55	29

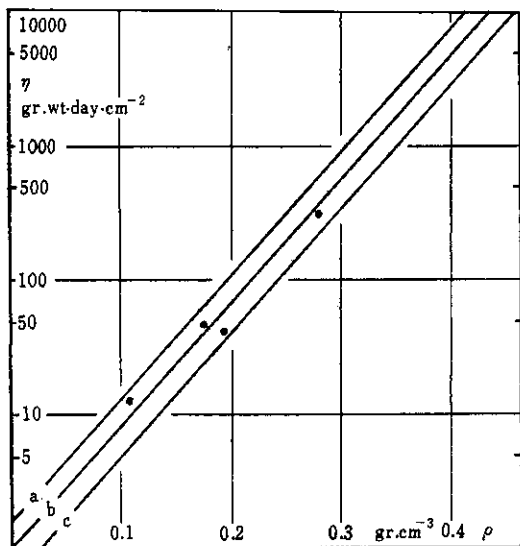


図-2 粘性圧縮係数 η と密度 ρ との関係

The relation between coefficient of viscous compression of snow layer η and snow cover density ρ .

表-2 で求めた η と ρ との関係を図-2 に記入して見ると (図-2 の黒丸), すべてが小島の求めた b, c の線の内に入り, 昭和38年のような豪雪の冬には, 北海道における(5)式が北陸地方にも適用できることがわかった。

さて, (4)式を(5)式に代入して積分をおこなう。

$$\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{e^{\kappa\rho}}{\rho} d\rho = \frac{1}{\eta_0'} \int_0^t w(t) dt \quad (6)$$

左辺の $\kappa\rho = u, \kappa\rho_0 = u_0$ とおくと,

$$\begin{aligned} \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{e^{\kappa\rho}}{\rho} d\rho &= \int_{u_0}^u \frac{e^{-u}}{u} du = \int_{\infty}^u \frac{e^{-u}}{u} du - \int_{\infty}^{u_0} \frac{e^{-u}}{u} du \\ &= \text{Ei}(k\rho) - \text{Ei}(k\rho_0) \end{aligned}$$

という形に示すことができる。ここに, Ei は, 指数積分 (exponential integral) といわれる関数である。

したがって(6)式は次の形になる。

$$\eta_0' \{ \text{Ei}(k\rho) - \text{Ei}(k\rho_0) \} = \int_0^t w(t) dt \quad (7)$$

Ei は, 数表が作られてあるので, ρ_0 と毎日の w がわかれば, t 日後における ρ を(7)式から求めることができる。あるいは, $w(t)$ に降雪期間中の近似的な関数形を与えれば, 更に簡単に求められる。たとえば,

$$w = w_1 t$$

という, 一定の降雪強度による荷重 w_1 を仮定すると, (7)式は

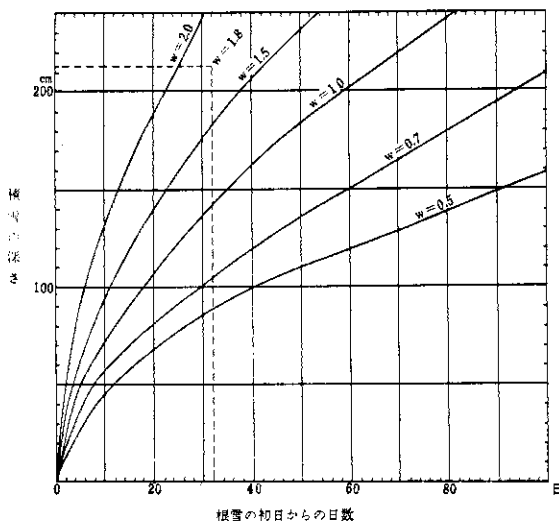


図-3 積雪の深さと根雪の初日からの日数から平均降雪強度 (gr/cm² day) を求める図

The diagram to estimate mean snowfall rate (gr/cm²day) from depth of snow cover and number of days counted from the first day of continuous snow cover.

$$\eta_0' \{ \bar{E}i(k\rho) - \bar{E}i(k\rho_0) \} = \frac{1}{2} w_1 t^2 \quad (8)$$

となる。

今、 $0 \sim t$ 日間、毎日 w_1 の雪が降りつもつたとすると、 t 日の時の積雪深 H は、

$$t \text{ 日目の降雪の } t \text{ 日における層厚 } h_t = \frac{w_1}{\rho(t)}$$

$$t-1 \text{ 日目の降雪の } t \text{ 日における層厚 } h_{t-1} = \frac{w_1}{\rho(t-1)}$$

.....

$$1 \text{ 日目の降雪の } t \text{ 日における層厚 } h_1 = \frac{w_1}{\rho(1)}$$

$$\text{当日の降雪の層厚} \quad h_0 = \frac{w_1}{\rho(0)}$$

の和となり、

$$H = \int_0^t \frac{w_1}{\rho(t)} dt \quad (9)$$

であらわされる。

そこで、逆に、積雪の深さ H と、その深さを観測した日の根雪の始めからの日数 t がわかったとすると、

(8)と(9)から w_1 を求めることができる。 w_1 がわかれば積雪水量 M は

$$M = w_1 t \quad (10)$$

で計算できる。

あらかじめ、いろいろな強度の w について、 H と t との関係求めておけば、図式的に積雪深と根雪の初日からの日数とから積雪水量を求めることが可能である。図—3 は、このようにして作った図である。

今、この図をつかって、積雪水量を推定して見よう。昭和38年1月31日、福井における積雪の深さは 213 cm で、根雪の初日からの日数は32日である。図—3 から w_1 を求めると 1.8 gr/cm²day となる。

よってその日の積雪水量は(10式から

$$1.8 \text{ gr/cm}^2\text{day} \times 32 \text{ day} = 57.6 \text{ gr/cm}^2$$

となる。一方、実測による1月31日福井における積雪水量は 58.0 gr/cm² で、きわめてよい一致が得られる。

この方式によれば、ある日の積雪深の分布と、根雪の初日からの日数の分布とが得られれば、面積積雪水量を近似的に求めることが可能となる。これらの具体的計算については次年度におこないたい。