国立防災科学技術センター研究報告　第17号　1977年3月

532.593(265.5)

波浪に伴う長周期波（サーフ・ビート）の特性（II）

藤縄幸雄*・岡田憲司**・渡部　勲***

国立防災科学技術センター平塚支所

Some Properties of Surf Beat, Part 2

By

Yukio Fujinawa*, Kenji Okada and Isao Watabe*****

Hiratsuka Branch, National Research Center for Disaster Prevention
No. 9-2, Nijigahama, Hiratsuka, Kanagawa-ken 254

Abstract

Long ocean wave (surf beat) has been analysed following Part 1 (Fujinawa *et al.*, 1976). We have analysed time series data of an envelope of incident swell $e(t)$, long period surface elevation $\eta(t)$, offshore and alongshore velocity components of flow $u(t)$, $v(t)$ observed at the marine observation tower which is situated at the point with depth of about 20 m and distance about 1 km from the shore. Analysis revealed following points.

1) Relations between various statistical wave heights (maximum waveheight, significant waveheight, mean waveheight) are nearly linear also in case of incident wind waves with slightly different propertional coefficents compared with those in case of swell.

2) Energy spectral density function $P_{LL}(f)$ of the surface displacement $\eta(t)$ due to surf beat has two distinct peaks, whose frequencies are highly stable during observational periods. Cross-spectral data analysis suggested that those wave components are travelling edge waves.

3) The long ocean waves due to inhomogeneous radiation stresses (Longuet-Higgins and Stewart, 1964) has been observed. Phase-shift between an envelope of incident wave and this long wave, and wave height of the long wave are in good agreement with those of the prediction.

4) It is shown that edge waves are developed by the resonance mechanism. Dominant wave numbers of the radiation stresses S_{ij} and wave mass transport M_α are proven to correspond to the wave number of resonant edge waves.

1. まえがき

前報（藤縄・岡田・渡部，1976; 以後引用するときは，Ⅰとする）において，サーフ・ビートの特性を論じたが，そこでは主として，サーフ・ビートの水位変動の統計量の間の関係

*　沿岸防災第1研究室
**　ナカシマプロペラ株式会社(元東海大学海洋学部)
***　沿岸防災第2研究室

を調べ，幾つかの興味深い結果を得た．ここでは，サーフ・ビートの特性を，データのスペクトル解析を行って，より詳細に論ずることにする．Ⅰにおいて述べたように，我々の観測の特徴は，サーフ・ビートの水位変動以外に，電磁流速計を用いて流速2成分（岸に直角な成分と岸に平行な成分）をも測定したことであった．しかし，Ⅰにおいてはその情報は解析されなかった．この報告では，波浪の包絡線，流速変動，水位変動の四つの時系列のスペクトル分解を行って，サーフ・ビートの特性を考察する．最後に，測定結果を参照しつつ，サーフ・ビートの発生・発達の機構を論じるために，その定式化を行う．なお，我々が解析の対象にしているのは，入射波浪が典型的なうねりの場合であるが，風浪性の強い場合の測定も行ったので，サーフ・ビートのスペクトル分解の結果を論ずる前に，入射波が，風浪の場合に，サーフビートの水位変動の統計量がどうなっているか調べてみることにする．

2. 入射波が風浪の場合におけるサーフ・ビートの特性

図1は，サーフ・ビートの水位変動 η の (1/10) 有義波高 $H^{(l)}_{1/10}$ と最大波高 $H^{(l)}_{\max}$ との関係を示すものである．測定点のバラツキの程度は，うねりの場合より若干小さい．両者の近似的な関係は，

$$H^{(l)}_{\max} \fallingdotseq 1.2 H^{(l)}_{1/10} \qquad (1)$$

であって，係数の値 1.2 は，うねりの場合の値 1.4 に比べて2割がた小さい．これは，波高分布 $P_r(H_\eta)$ において，H_η の大きい方で，うねりの場合に，よりすその長いものになっていたことを示している．

図2は，波が風浪性の強いときのサーフ・ビートの最大波高 $H^{(l)}_{\max}$ と，(1/3) 有義波高 $H^{(l)}_{1/3}$ との関係を示すものである．この場合にも，うねりの場合より点のバラツキが小さい．両者の

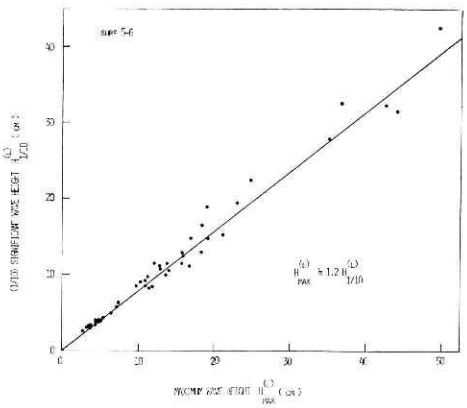

図1　サーフ・ビートの水位変動の最大波高 $H^{(l)}_{\max}$ と (1/10) 最大波高 $H^{(l)}_{1/10}$ との関係(入射波浪が風浪の場合)

Fig. 1 Relation between maximum wave height $H^{(l)}_{\max}$ and (1/10) heighest wave height $H^{(l)}_{1/10}$ of surface displacement η due to surf beat (in case of wind wave).

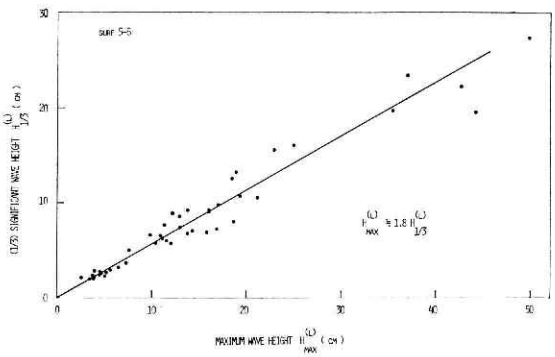

図2　$H^{(l)}_{\max}$ と (1/3) 有義波高 $H^{(l)}_{1/3}$ との関係

Fig. 2 Relation between $H^{(l)}_{\max}$ and significant wave height $H^{(l)}_{1/3}$ of surface displacement η due to surf beat (in case of wind wave).

近似的な関係は，

$$H^{(l)}_{\max} \doteqdot 1.8 H^{(l)}_{1/3} \qquad (2)$$

と表され，うねりの場合の係数の値 2.0 より 1 割程度小さい．

図 3 は，最大波高 $H^{(l)}_{\max}$ と，平均波高 $\bar{H}^{(l)}$ との関係を示すものであり，両者の関係は近似的に，

$$H^{(l)}_{\max} \doteqdot 4.1 \bar{H}^{(l)} \qquad (3)$$

と表わされる．この係数の値 4.1 は，うねりの場合の値 4.3 より 1 割程度小さい．

一方，図 4 は，比較の基準として，(1/10) 有義波高 $H^{(l)}_{1/10}$ を採って，(1/3) 有義波高との関係を調べたものである．

うねりの場合に比べてバラツキの程度が小さく，波浪の分布関数 $Pr(H_\eta)$ の形が，より安定であることを示している．両者の関係を線形に近似して表現すると，

$$H^{(l)}_{1/10} \doteqdot 1.42 H^{(l)}_{1/3} \qquad (4)$$

となる．この関係の係数の値 1.42 は，うねりの場合の値 1.5 に比べて 1 割程度小さい．

図 5 は，サーフ・ビートの水位変動の (1/10) 有義波高 $H^{(l)}_{1/10}$ と平均波高 $\bar{H}^{(l)}$ との関係を示すものである．両者の関係は，近似的に，

$$H^{(l)}_{1/10} \doteqdot 3.33 \bar{H}^{(l)} \qquad (5)$$

と表わされる．

最後に，図 6 は，(1/3) 有義波高 $H^{(l)}_{1/3}$ と平均波高 $\bar{H}^{(l)}$ との関係を示すものである．$H^{(l)}_{1/3}$ と $\bar{H}^{(l)}$ との関係は，近似的に，

$$H^{(l)}_{1/3} \doteqdot 2.3 \bar{H}^{(l)} \qquad (6)$$

となって，係数の値 2.3 は，うねりの場合の値と同じである．

以上を総合すると，風浪性の強い場合でも，サーフ・ビートの波高の統計量の間には，ほぼ線形の関係が成り立ち，点のバラツキの程度は，うねりの場合よりかえって小さくなる．比例係

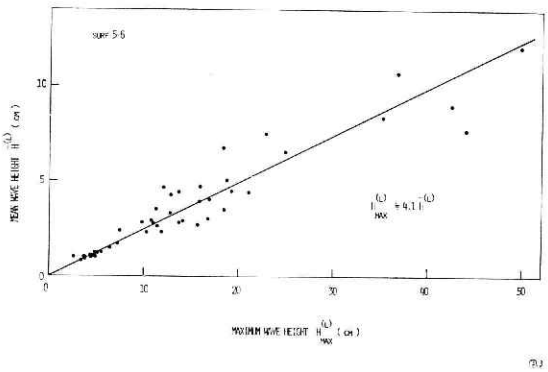

図 3　$H^{(l)}_{\max}$ と平均波高 $\bar{H}^{(l)}$ との関係

Fig 3 Relation between $H^{(l)}_{\max}$ and mean wave height $\bar{H}^{(l)}$ of surface displacement η due to surf beat (in case of wind wave).

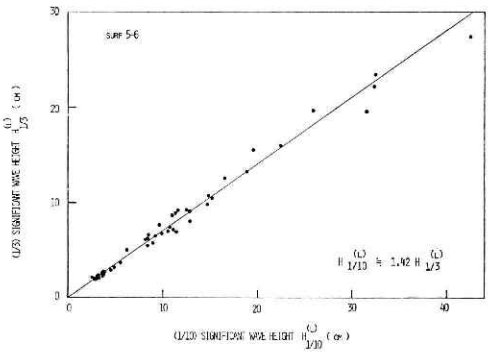

図 4　$H^{(l)}_{1/10}$ と $H^{(l)}_{1/3}$ との関係

Fig. 4. Relation between (1/10) heighest wave height $H^{(l)}_{1/10}$ and significant wave height $H^{(l)}_{1/3}$ of surface displacement η due to surf beat (in case of wind wave).

数の大きさは，表1に見るごとく，最大波高を規準にした場合，うねりの場合が1割から2割かた風浪のときより大きい．(1/10) 有義波高を規準にした場合には，(1/3) 有義波高はうねりのとき1割かた大きく，平均波高は，1割がた小さい．(1/3) 有義波高と平均波高の比は，風浪の場合のものは，うねりの場合のものに等しい．

これから，サーフ・ビートの水位変動の波高分布 $P_r(H_\eta)$ は，入射波がうねりのときでも風浪のときでも，かなり一定の形をもつことがわかる．

我々の議論が分布の平均量を用いて行われてきたが，分布形 $P_r(H_\eta)$ そのものを調べることは将来の課題とする．又，入射波浪がうねりのときに分布 $P_r(H_\eta)$ がどちらかというと不安定であったのは，今のところ原因がわからない．入射波浪がうねりのときに，最大波高を規準にした比例係数が一様に大きいのは，最大の波高が大きかったことを示すもので，このことは，分布 $P_r(H_\eta)$ の不安定性と関係があるかも知れない．

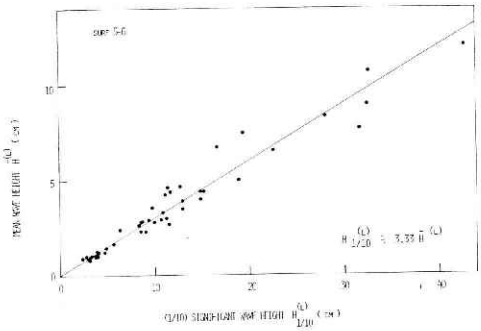

図 5　$H^{(l)}_{1/10}$ と $\bar{H}^{(l)}$ との関係

Fig. 5　Relation between (1/10) heighest wave height $H^{(l)}_{1/10}$ and mean wave height $\bar{H}^{(l)}$ of surface displacement η due to surf beat (in case of wind wave).

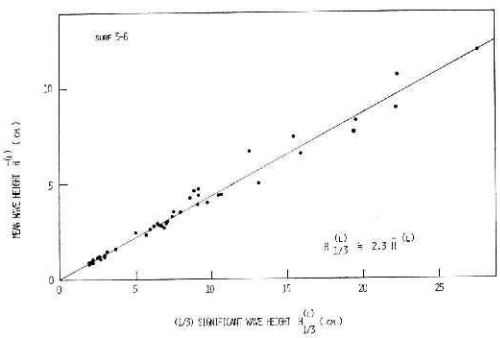

図 6　$H^{(l)}_{1/3}$ と $\bar{H}^{(l)}$ との関係

Fig. 6　Relation between significant wave height $H^{(l)}_{1/3}$ and mean wave height $\bar{H}^{(l)}$ of the surface displacement due to surf beat (in case of wind wave).

表 1　サーフ・ビートの水位変動の諸統計量間の関係の入射波浪がうねりの場合と，風浪の場合との比較

Table 1　Proportional coefficients between various mean quantities of the surface displacement due to surf beat. Note differences between values in case of incident wind wave and those in case of incident swell.

	swell			wind wave		
	$H_{1/10}$	$H_{1/3}$	$\bar{H}$	$H_{1/10}$	$H_{1/3}$	$\bar{H}$
H_{max}	1.4	2.0	4.3	1.2	1.8	4.1
$H_{1/10}$		1.5	4.3		1.42	4.33
$H_{1/3}$			2.3			2.3

3. 波浪の統計量間の関係

ここで，話しの筋から若干ずれるが，入射波浪の統計量の関係について調べておこう．波浪の統計平均値の関係については，岩田ら (1971) が観測データに基づいて調べた．測定が1日に1回行われたので，得られた結果は，非常に多岐にわたる状況下のものと考えられる．波浪の平均波高 $\bar{H}^{(s)}$ と (1/3) 有義波高 $H^{(s)}_{1/3}$ の関係も調べられており，それによると，$H^{(s)}_{1/3}$ と $\bar{H}^{(s)}$ との比は，概略スペクトル幅 ε とともに大きくなり，ε が小さくなると，ガウス分布の場合の値に近づく傾向を示している．点のバラツキが大きいことから，この二つの統計量の比が，単にスペクトルの幅 ε にのみ依存するのではなく，何か別のパラメーターにも関係しているのではないかと推測されている．

Cartwright and Longuet-Higgins (1956) によると位相が相互に独立な無限個の調和波を重ね合せたとき，その極値 η_m の分布 $P_r(\eta_m)$ は，スペクトルの幅 ε のみによって決まるという．しかるに岩田ら (1971) の測定結果は，この予想と反し，同じ ε の値に対しても $H^{(s)}_{1/3}/\bar{H}^{(s)}$ の値が，極端な場合に 1.7 から 2.6 という値をとることがあることを示している．これはなぜであろうか．Cartwright らの仮定が，実際の波浪に対して，破れていることが応々にしてあるのであろうか．たとえば，波の幾つかの成分が，かなり強く干渉し合っているのであろうか．もしそうであるならば，水位変動のパイ・スペクトルが大きな値を示すことになる．このような実際上の問題に関係があって興味深い問題を本格的に追求する前段階としても，ほぼ一定の状況の下で得られる波浪の統計量の間のバラツキの程度を調べておくことは有意義なことと思われる．

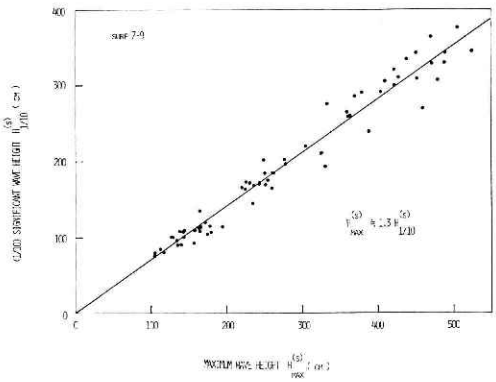

図 7　波浪がうねりの場合における最大波高 $H^{(s)}_{max}$ と (1/10) 最大波高 $H^{(s)}_{1/10}$ との関係

Fig. 7 Relation between maximum wave height $H^{(s)}_{max}$ and (1/10) heighest wave-height $H^{(s)}_{1/10}$ of swell.

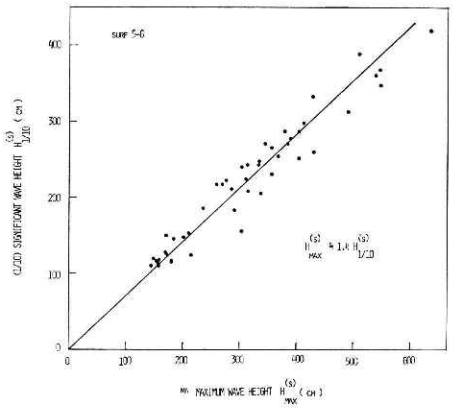

図 8　波浪が風浪の場合における $H^{(s)}_{max}$ と $H^{(s)}_{1/10}$ との関係

Fig. 8. Relation between maximum wave height $H^{(s)}_{max}$ and (1/10) heighest wave height $H^{(s)}_{1/10}$ of wind wave.

風浪の場合とうねりの場合を比較しながら解析を進めて行く．図7と図8は，風浪の最大波高 $H^{(s)}_{\max}$ と (1/10) 有義波高 $H^{(s)}_{1/10}$ との関係を示すものである．図7がうねりの場合であって，図8が風浪の場合である．いずれの場合にも，$H^{(s)}_{\max}$ と $H^{(s)}_{1/10}$ との関係は，ほぼ線形であり，$H^{(s)}_{\max}$ と $H^{(s)}_{1/10}$ との比は，

$$H^{(s)}_{\max}/H^{(s)}_{1/10} \doteqdot \begin{cases} 1.3 & (\text{うねり}) \\ 1.4 & (\text{風　浪}) \end{cases} \tag{7}$$

であって，比例係数は，風浪のときに若干大きい．測定点の式 (7) からのずれの程度は，二つの場合とも似ている．風浪の場合の比例係数が大きいのは，スペクトルの幅 ε が非常に狭いためであると考えられる．Cartwright and Longuet-Higgins (1956) の計算が示しているように，スペクトルの幅 ε が大きくなると極値分布関数 $P_r(\eta_m)$ が広くなってくる．ため

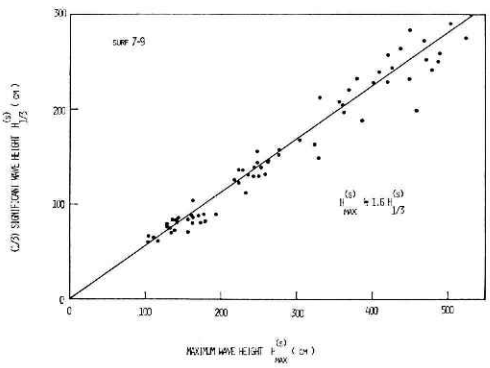

図 9　波浪の $H^{(s)}_{\max}$ と (1/3) 有義波高 $H^{(s)}_{1/3}$ との関係(うねりの場合)

Fig. 9 Relation between maximum wave height $H^{(s)}_{\max}$ and significant wave height $H^{(s)}_{1/3}$ of swell.

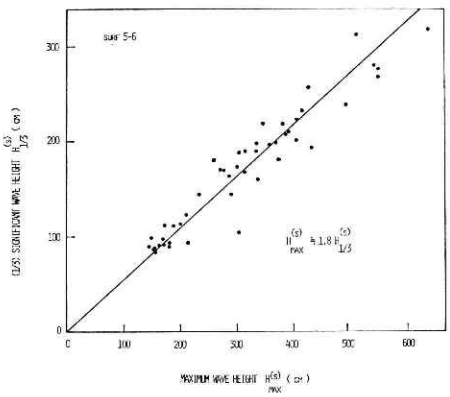

図 10　$H^{(s)}_{\max}$ と $H^{(s)}_{1/3}$ との関係(風浪の場合)

Fig. 10 Relation between maximum wave height $H^{(s)}_{\max}$ and significant wave height $H^{(s)}_{1/3}$ of wind wave.

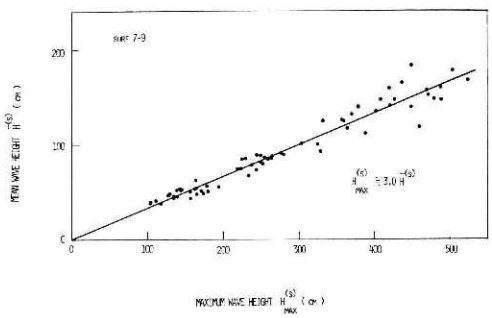

図 11　$H^{(s)}_{\max}$ と $\bar{H}^{(s)}$ との関係(うねりの場合)

Fig. 11 Relation between maximum wave height $H^{(s)}_{\max}$ and mean wave height $\bar{H}^{(s)}$ of swell.

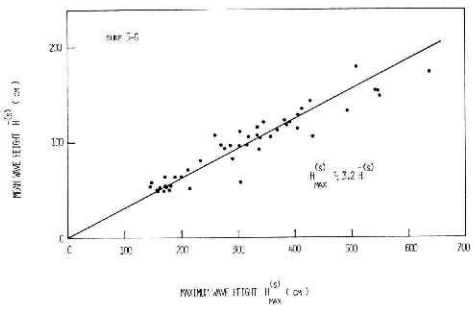

図 12　$H^{(s)}_{\max}$ と $\bar{H}^{(s)}$ との関係(風浪の場合)

Fig. 12 Relation between maximum wave height $H^{(s)}_{\max}$ and mean wave height $\bar{H}^{(s)}$ of wind wave.

に，係数の比が，風浪の場合には大きかったのである．

図9と図 10 は，最大波高 $H^{(s)}_{\max}$ と (1/3) 有義波高との関係を示す．うねりの場合の方が，わずかであるが，点のバラツキの程度が大きい．近似的な関係は，

$$H^{(s)}_{\max}/H^{(s)}_{1/3}=\begin{cases}1.6 & (\text{うねり})\\ 1.8 & (\text{風　浪})\end{cases} \tag{8}$$

と表わされ，比例係数は，$H^{(s)}_{\max}$ と $H^{(s)}_{1/10}$ の場合と同じく，風浪のときのものが大きい．

図 11 と 図 12 は，最大波高 $H^{(s)}_{\max}$ と平均波高 $\bar{H}^{(s)}$ との関係を示すものである．$H^{(s)}_{\max}$ と $\bar{H}^{(s)}$ とは，近似的に線形関係で結ばれ，

$$H^{(s)}_{\max}/\bar{H}^{(s)}=\begin{cases}3.0 & (\text{うねり})\\ 3.2 & (\text{風　浪})\end{cases} \tag{9}$$

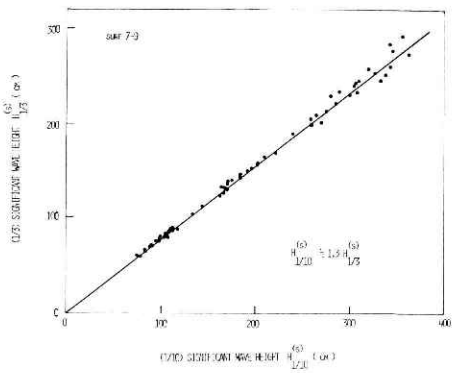

図 13　$H^{(s)}_{1/10}$ と $H^{(s)}_{1/3}$ との関係(うねりの場合)

Fig. 13 Relation between (1/10) heighest wave height $H^{(s)}_{1/10}$ and significant wave height $H^{(s)}_{1/3}$ of swell.

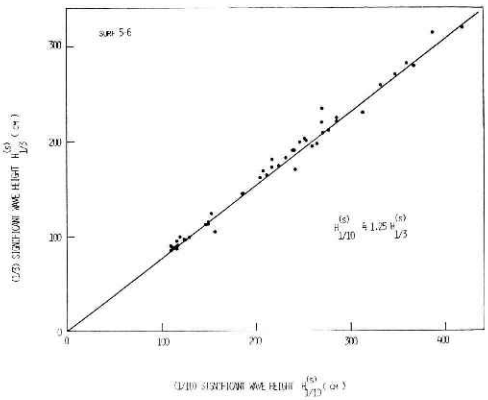

図 14　$H^{(s)}_{1/10}$ と $H^{(s)}_{1/3}$ との関係(風浪の場合)

Fig. 14 Relation between (1/10) heighest wave height $H^{(s)}_{1/10}$ and significant wave height $H^{(s)}_{1/3}$ of wind wave.

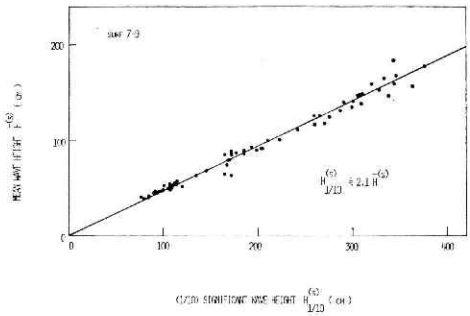

図 15　$H^{(s)}_{1/10}$ と $\bar{H}^{(s)}$ との関係(うねりの場合)

Fig. 15 Relation between (1/10) heighest wave height $H^{(s)}_{1/10}$ and mean wave height $\bar{H}^{(s)}$ of swell.

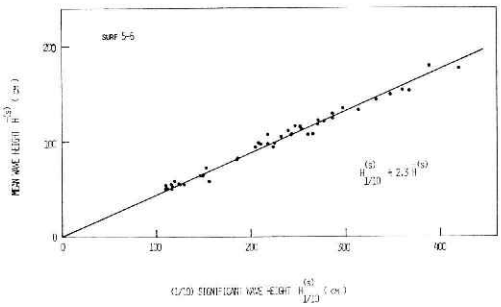

図 16　$H^{(s)}_{1/10}$ と $\bar{H}^{(s)}$ との関係(風浪の場合)

Fig. 16 Relation between (1/10) heighest wave height $H^{(s)}_{1/10}$ and mean wave height $\bar{H}^{(s)}$ of wind wave.

と表わされる．測定点のバラツキの程度は，うねりの場合の方が若干小さい．又，係数の値が風浪のときに大きいのは，$H^{(s)}_{1/10}$ や $H^{(s)}_{1/3}$ の場合と同じである．

図 13, 14 は，(1/10) 有義波高 $H^{(s)}_{1/10}$ と (1/3) 有義波高 $H^{(s)}_{1/3}$ との関係を示すものである．二つの統計量の間には，非常によい精度で線形の関係が成り立っており，その係数は

$$H^{(s)}_{1/10}/H^{(s)}_{1/3}=\begin{cases}1.30 & (\text{うねり})\\ 1.25 & (\text{風　浪})\end{cases} \tag{10}$$

であって，うねりの場合の方が若干大きめになっている．しかし，差は約5% であって，H_η が大きい領域における波高分布 $P_r(H_\eta)$ の形が，うねりの場合にも，風浪の場合にも，あまり違わないことを示している．

図 15, 16 は (1/10) 有義波高 $H^{(s)}_{1/10}$ と平均波高 $\bar{H}^{(s)}$ との関係を示したものである．この場合にも，非常によい精度で，両者の関係が線形であると言える．係数の値は，

$$H^{(s)}_{1/10}/\bar{H}^{(s)}=\begin{cases}2.1 & (\text{うねり})\\ 2.3 & (\text{風　浪})\end{cases} \tag{11}$$

であって，風浪の場合の方が1割程度大きい．

図 17, 18 は (1/3) 有義波高 $H^{(s)}_{1/3}$ と平均波高 $\bar{H}^{(s)}$ との関係を示すものである．この場合も，二つの統計量の間には非常によい精度で，線形の関係が成り立つ．二つの量の比は，

$$H^{(s)}_{1/3}/\bar{H}^{(s)}=\begin{cases}1.7 & (\text{うねり})\\ 1.8 & (\text{風　浪})\end{cases} \tag{12}$$

である．点のバラツキの程度は，いずれの場合とも，係数の値に直して，±0.05 である．岩田ら (1971) の結果 (彼等の論文の図 5a) と比較すると，我々のうねりの場合に対応すると思われる $\varepsilon=0.6$ 近辺においては，係数のバラツキの程度は，1.75±0.05 であって，今回得られた結果と一致する．一方，風浪の場合には，ε がもっと大きかったと思われる．岩田ら

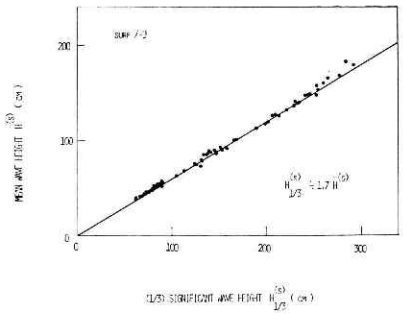

図 17　$H^{(s)}_{1/3}$ と $\bar{H}^{(s)}$ との関係(うねりの場合)

Fig. 17 Relation between significant wave height $H^{(s)}_{1/3}$ and mean wave height $\bar{H}^{(s)}$ of swell.

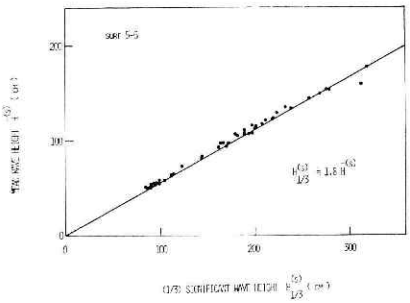

図 18　$H^{(s)}_{1/3}$ と $\bar{H}^{(s)}$ との関係(風浪の場合)

Fig. 18 Relation between significant wave height $H^{(s)}_{1/3}$ and mean wave height $\bar{H}^{(s)}$ of wind wave.

の結果では，$\varepsilon=0.7$ で係数の値は，1.8 ± 0.1 の範囲になっており，我々の場合のバラツキの程度は，この半分である．すなわち，残り半分の変動の原因をさぐる必要があることになる．風浪の場合にバラツキの程度が大きいことから考えると，岸からの反射波の存在のためよりは，波の非線形干渉によって，分布の形が Cartwright and Longuet-Higgins (1956) の与えたものからずれるためではないであろうか．

4. サーフ・ビートに伴う流速変動の統計

我々の観測において，水位変動以外に，流速の変動も同時に測定されていた．単に水位変動 η を測定するばかりでなく，流速の2成分 u, v (岸に直角の成分を u，岸に平行な成分を v とする) をも測定することによって，サーフ・ビートの性質をより深く究明することができるし，更には，入射波浪があるときの沿岸海域における力学過程，とくに乱流成分の大きさやその構造を知る手がかりを得ることができる．

ここでは，先に我々が水位変動について行ったことを流速成分について行う．すなわち，諸統計量間の関係や，波浪の波高との関係を定量的に調べ，サーフ・ビートの特性あるいはその由来，更には，入射波浪を原因として発生する沿岸域における乱流の構造などを明らかにしよう．

もしも，サーフビートが沿岸域で放射される長周期波であるか，あるいは，岸に trap されているエッヂ波であるならば，それぞれのモードに応じて，水位変動 η と流速の変動 (u,

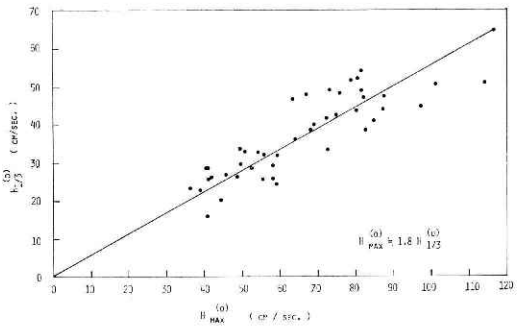

図 19　入射波浪の変形・砕波の過程に伴って発生する流速変動の統計量間 ($H^{(o)}_{\max}$ と $H^{(o)}_{1/3}$) との関係．流れの岸に直角方向の成分 (offshore component) に対するもの

Fig. 19 Relation between maximum 'wave' height $H^{(o)}_{\max}$ and significant wave height $H^{(o)}_{1/3}$ of the offshore velocity component u due to the wave deformation processes near the shore. Current velocity was measured by an electromagnetic current meter.

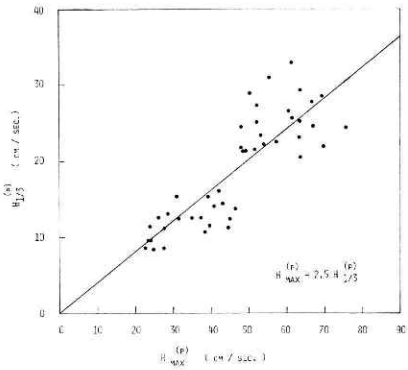

図 20　流れの岸に平行な成分 (parallel component) に対する $H^{(p)}_{\max}$ と $H^{(p)}_{1/3}$ との関係

Fig. 20 Relation between maximum wave height $H^{(p)}_{\max}$ and signicant wave height $H^{(p)}_{1/3}$ of the alongshore velocity component v.

v) には，一定の関係があるので，統計量の間の関係においても一義的なものがあるはずである．変位 η と速度変動 u (又は v) の関係をより詳細に調べるには，クロス・スペクトル解析を行えばよいのであるが，ここではまず，u の“波高”分布 $P_r(H_u)$, v の分布 $P_r(H_v)$ に関する特性値を調べて，流速変動の概略の特性を調べておくことにする．

図 19, 20 が，それぞれ，流れの岸に直角な成分 u (O とも言う) と，岸に平行な成分 v (P とも言う) の，最大“波高” $H_{\max}$ と (1/3) 有義波浪 $H_{1/3}$ との関係である．点のバラツキがかなり大きいが，近似的に，両者の関係は線形で結ばれていると言えよう．点のバラツキの程度は，P 成分が最も大きく，O 成分と水位変動 η (I 参照) が似たような大きさを持っている．係数の値は，

$$H_{\max}/H_{1/3}=\begin{cases}2.0 & (\text{水位 } \eta)\\ 1.8 & (\text{直角成分 } u)\\ 2.5 & (\text{平行成分 } v)\end{cases} \tag{13}$$

となっており，直角方向の成分のものが最も大きい．これは，Cartwright and Longuet-Higgins (1956) の議論からすると，直角方向の成分のスペクトル幅 ε が小さいためということになる．しかし，後に見るように，スペクトルの幅 ε は，水位変動の場合の方が最も小さい．この矛盾はどう解釈したらよいのであろうか．しかしここではこの問題を一まず不問にして統計量の間の幾つかの関係を求めておこう．

図 21, 22 は，それぞれ，O 成分と P 成分の，最大波高 $H_{\max}$ と平均波高 $\bar{H}$ との関係であって，バラツキの程度は $H_{\max}$ と $H_{1/3}$ の場合より大きい．これは，水位変動の統計値の関係を論じたときにも見られたことであって，変数 H_u の小さい領域における分布の形

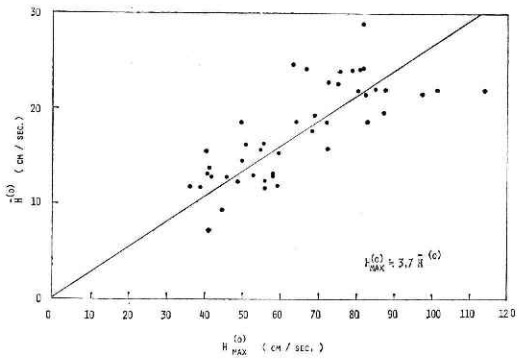

図 21　流れの岸に直角な方向の成分 (offshore component) に対する $H^{(o)}_{\max}$ と $\bar{H}^{(o)}$ との関係

Fig. 21　Relation between maximum wave height $H^{(o)}_{\max}$ and mean wave height $\bar{H}^{(o)}$ of the offshore velocity component u.

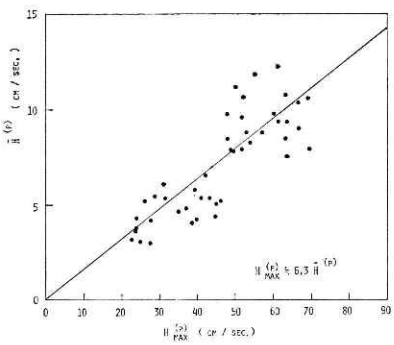

図 22　流れの岸に平行な成分 v に対する $H^{(p)}_{\max}$ と $\bar{H}^{(p)}$ との関係

Fig. 22　Relation between maximum wave height $H^{(p)}_{\max}$ and mean wave height $\bar{H}^{(p)}$ of the alongshore velocity component v.

$P_r(H_u)$ の不安定性の反映である．二つの統計量の間の関係を線形として，係数を求めてみると（η 成分については I 参照），

$$H_{\max}/\bar{H}=\begin{cases}4.3 & (\text{水位 } \eta)\\ 3.7 & (\text{直角成分 } u)\\ 6.3 & (\text{平行成分 } v)\end{cases} \tag{14}$$

となっている．これから，流れの岸に平行な成分の分布 $P_r(H_v)$ は，変数の大きい領域で，他の成分に比較して，平坦なものになっていることが推測される．

図 23, 24 は，u 成分 (O) と v 成分 (P) の，(1/10) 波高 $H_{1/10}$ と有義波高 $H_{1/3}$ との関係を示すものである．二つの統計量の間のバラツキの程度が，前の最大波高 $H_{\max}$ を規準にした場合より，格段に小さくなっている．I の図 14 と比べてみると，水位変動 (η)，流速変動 (u, v) の三つの場合とも似たようなバラツキ具合になっている．後にスペクトル分解の項でわかるように，流速変動の大部分は，水位変動を伴わない成分すなわち‘乱れ’から成り立っていると考えられる．しかし，点のバラツキ具合が似ており，これは不思議なことである．二つの統計量 ($H_{1/10}$ と $H_{1/3}$) の間には，高い精度で線形の関係が成り立っており，係数の値は，

$$H_{1/10}/H_{1/3}=\begin{cases}1.5 & (\text{水位 } \eta)\\ 1.4 & (\text{直角成分 } u)\\ 1.7 & (\text{平行成分 } v)\end{cases} \tag{15}$$

となっている．最大波高を介した場合と違って，係数の大きさの差は小さい．波高分布の形が，少なくとも変数の値の大きい領域で，似ていることになって興味深い．

図 25, 26 は，(1/10) 有義波高 $H_{1/10}$ と平均波高 $\bar{H}$ との関係を示すものであって，図 25 が u 成分のもの，図 26 が v 成分のものである．二つの統計量の間の比は近似的に，

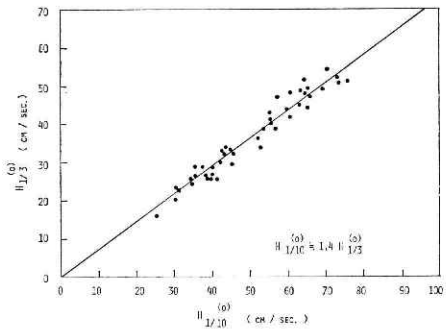

図 23 流れの岸に直角な方向の成分 u に対する $H_{1/10}^{(o)}$ と $H_{1/3}^{(o)}$ との関係

Fig. 23 Relation between (1/10) heighest wave height $H_{1/10}^{(o)}$ and significant wave height $H_{1/3}^{(o)}$ of the offshore velocity component u.

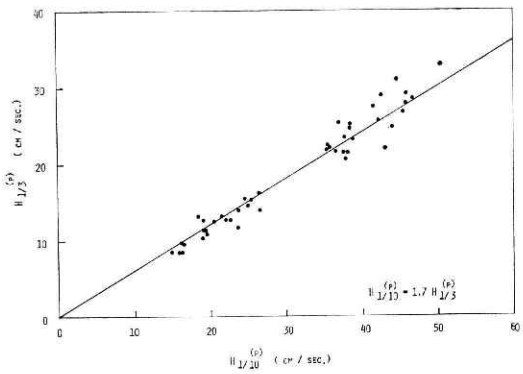

図 24 流れの岸に平行な成分 v に対する $H_{1/10}^{(p)}$ と $H_{1/3}^{(p)}$ との関係

Fig. 24 Relation between (1/10) heighest wave height $H_{1/10}^{(p)}$ and significant wave height $H_{1/3}^{(p)}$ of the alongshore velocity component v.

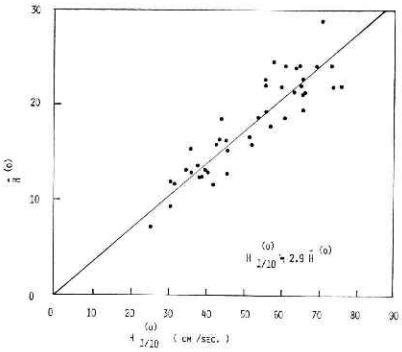

図 25　流れの岸に直角な方向の成分 u に対する $H_{1/10}^{(o)}$ と $\bar{H}^{(o)}$ との関係

Fig. 25 Relation between (1/10) heighest wave height $H_{1/10}^{(o)}$ and mean wave height $\bar{H}^{(o)}$ of the offshore velocity component u.

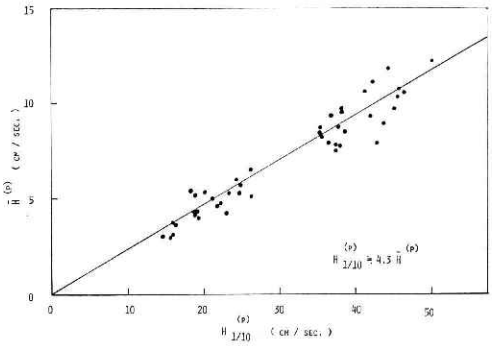

図 26　流れの岸に平行な成分 v に対する $H_{1/10}^{(p)}$ と $\bar{H}^{(p)}$ との関係

Fig. 26 Relation between (1/10) heighest wave height $H_{1/10}^{(p)}$ and mean wave height $\bar{H}^{(p)}$ of the alongshore velocity component v.

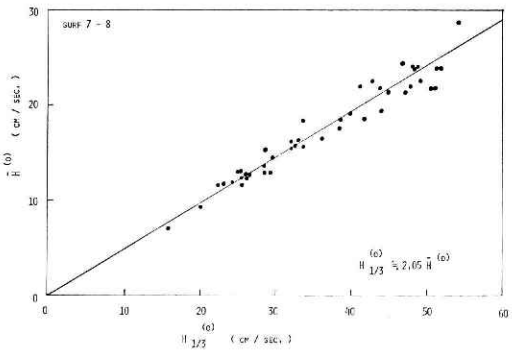

図 27　流れの岸に直角な方向の成分 u に対する $H_{1/3}^{(o)}$ と $H^{(o)}$ との関係

Fig. 27 Relation between significant wave height $H_{1/3}^{(o)}$ and mean wave height $\bar{H}^{(o)}$ of the offshore velocity component u.

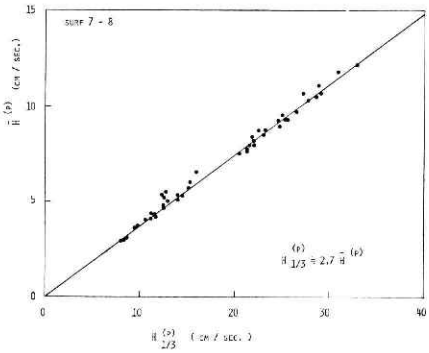

図 28　流れの岸に平行な成分 v に対する $H_{1/3}^{(p)}$ と $\bar{H}^{(p)}$ との関係

Fig. 28 Relation between significant wave height $H_{1/3}^{(p)}$ and mean wave height $\bar{H}^{(p)}$ of the alongshore velocity component v.

$$H_{1/10}/\bar{H}=\begin{cases}3.1 & (\text{水位 } \eta)\\ 2.9 & (\text{直角成分 } u)\\ 4.3 & (\text{平行成分 } v)\end{cases} \tag{16}$$

と表わせる．点のバラツキの程度は，先の $H_{1/10}$ と $H_{1/3}$ の関係の場合より，ずっと大きい．Ⅰの図 15 を見ると，水位変動の場合のバラツキの程度も流速変動の場合のバラツキ具合に概略等しい．岸に平行な成分 v の係数が大きいことから，この成分の場合，変数 H_v の値の小さい領域に幅の広い分布となっていることがわかる．

図 27，28 は，(1/3) 有義波高 $H_{1/3}$ と平均波高 $\bar{H}$ との関係を示すものであり，図 27 が u 成分に対するものであり，図28 が v 成分に対するものである．二つの統計量の間の関係

は，$H_{1/10}$ と $H_{1/3}$ との間の関係に劣らず，線形に近いと言える．点のバラツキの程度は，水位変動の場合と u 成分の場合が似ており，v 成分の場合が，極端に小さい．係数の値は，

$$H_{1/3}/\bar{H}=\begin{cases}2.3 & (\text{水位 } \eta)\\ 2.05 & (\text{直角成分 } u)\\ 2.7 & (\text{平行成分 } v)\end{cases} \tag{17}$$

となっており，v成分が一番平坦な分布をしていることが推測される．

以上で，はっきりしたことは，第1に，‘波高’の分布 $P_r(H)$ の形が，水位変動，流速の u 成分，流速の v 成分に対して，それぞれ違ったものになっているということである．入射波浪の変形に伴って発生する沿岸における水の運動が，たとえば，岸から出ていく表面波などのように，単一のモードから成っているとすれば，波長が水深に比べて非常に長いので，成分の位相や大きさが違っていても，全体としての分布の形は同じはずである．ところが，統計量間の関係を調べた結果，分布の形が明らかに違っていた．したがって，流速変動の元となっている運動は，単に，長波だけから成るのではなく，‘乱流’からも大きな寄与を受けていることになる．すなわち，流速 $\boldsymbol{u}$ は，

$$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}^{(l)}+\boldsymbol{u}' \tag{18}$$

と書けることになる．ここに，$\boldsymbol{u}^{(l)}$ は長波に伴う流速変動ベクトルであり，$\boldsymbol{u}'$ は，水位変動を伴わない運動による流速変動を表わす．又，$\boldsymbol{u}'$ は，更に，

$$\boldsymbol{u}'=\boldsymbol{u}^{(i)}+\boldsymbol{u}^{(t)} \tag{19}$$

と分解されよう．ここに $\boldsymbol{u}^{(t)}$ は乱流からの寄与を表わす．夏季のように成層が発達しているときには，入射波の砕波に伴う内部波（内部波による流速を $\boldsymbol{u}^{(i)}$ と書いた）も大きな流速変動をもたらすであろう．しかし，実際にどのような変動が生ずるかは，今のところよくわからない．今後の課題である．

5. 流速変動の大きさと波浪の大きさとの関係

次いで，我々が問題としている周波数範囲 (0.001 Hz$\lesssim f \lesssim$0.01 Hz) における流れの変動の大きさと，入射波浪の大きさとの関係を調べて見ることにしよう．I において，サーフ・ビートの水位変動の波高 $H^{(l)}_{1/3}$ が波浪の波高 $H^{(s)}_{1/10}$ と

$$H^{(l)}_{1/3}=0.23\sqrt{\frac{H^{(s)}_{1/10}}{h}} \tag{20}$$

という関係にあることを経験則として導いた．流速の変動の場合には，いかなる関係となるのであろうか．前節での考察から明らかになったように，水の運動には水位変動を伴わないモードもあるので，流れの大きさ $H^{(o)}_{1/3}$, $H^{(p)}_{1/3}$ の統計平均値と波浪の波高 $H^{(s)}_{1/10}$ との関係は，(20) 式とは大分異なったものになると予想される．

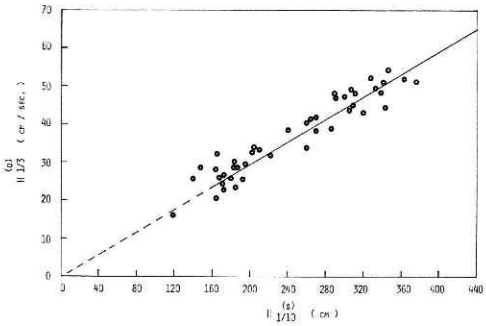

図 29　入射波浪の大きさ $H^{(s)}_{1/10}$ と流れの岸に直角な方向の成分の大きさ $H^{(o)}_{1/3}$ との関係

Fig. 29　Relation between wave height $H^{(s)}_{1/10}$ of swell and the significant 'wave' height $H^{(o)}_{1/3}$ of the offshore velocity fluctuation u.

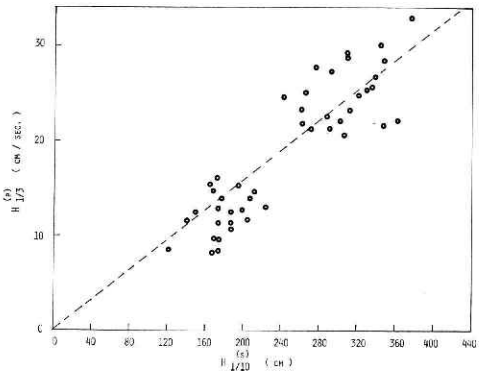

図 30　入射波浪の大きさ $H^{(s)}_{1/3}$ と流れの岸に平行な成分の大きさ $H^{(p)}_{1/3}$ との関係

Fig. 30　Relation between wave height $H^{(s)}_{1/10}$ of swell and significant 'wave' height $H^{(p)}_{1/3}$ of the alongshore velocity fluctuation v.

図 29, 30 が，波浪の波高 $H^{(s)}_{1/10}$ と流速の成分 u の"波高" $H^{(o)}_{1/3}$，および v 成分の波高 $H^{(p)}_{1/3}$ との関係を示すものである．第1に気が付くのは，u 成分が v 成分の2倍程度の大きさであろうということである．第2には，流速変動の大きさは，波浪の大きさと共に大きくなることである．しかし，増大の仕方に差異があって，岸に直角な u 成分の大きさ $H^{(o)}_{1/3}$ と，波浪の大きさ $H^{(s)}_{1/10}$ との関係が，かなり線形に近いのに，岸と平行な v 成分の大きさ $H^{(p)}_{1/3}$ と，波浪の大きさとの関係は，線形からは若干ずれる．このずれ方は，I の図 30 と比較してわかるように，$H^{(l)}_{1/3}$ の場合ほどは激しくない．第1近似として線形の関係を仮定すると，

$$\left.\begin{aligned} H^{(o)}_{1/3}/H^{(s)}_{1/10} &\fallingdotseq 0.15\,, \\ H^{(p)}_{1/3}/H^{(s)}_{1/10} &\fallingdotseq 0.080 \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

と表わされる．

岸に平行な流速成分 v の大きさと波浪の大きさとの関係が，線形からずれてその傾向が水位変動と波浪の関係に似ていることから，流れの u 成分は，かなり水位変動を伴う部分 (18 式で $\boldsymbol{u}^{(t)}$ と書いた成分) から成っていることが推察される．一方，流れの岸に直角な成分 u が，岸に平行な成分に比べて大きいにもかかわらず，水位変動と波浪の関係と違って，波浪の大きさにほぼ比例することから考えると，この成分の主な構成要素は，水位変動を伴う成分 ($\boldsymbol{u}^{(t)}$) ではなくて，乱れあるいは内部波による成分 ($\boldsymbol{u}'$) ではないかと思われる．このことは，後にスペクトル解析を行うことによってより明らかになるであろう．

図 31, 32 は，それぞれ，波浪の周期 $T^{(s)}_{1/10}$ と流れの u 成分の周期 $T^{(o)}_{1/3}$ との関係，および波浪の周期 $T^{(s)}_{1/10}$ と流れの v 成分の周期 $T^{(p)}_{1/3}$ との関係を示すものである．測定期間中の波浪の周期 $T^{(s)}_{1/10}$，流れの周期 $T^{(o)}_{1/3}$，$T^{(p)}_{1/3}$ の変動幅は，

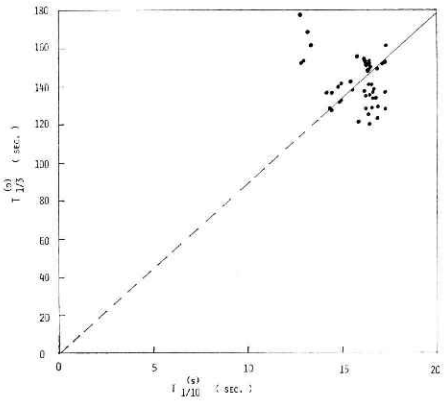

図 31　入射波浪の周期 $T^{(s)}_{1/10}$ と流れの岸に直角な方向の成分の周期 $T^{(o)}_{1/3}$ との関係

Fig. 31 Relation between the period $T^{(s)}_{1/10}$ of swell and the period $T^{(o)}_{1/3}$ of the offshore velocity fluctuation u.

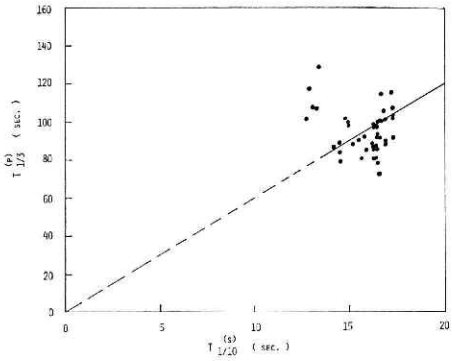

図 32　入射波浪の周期 $T^{(s)}_{1/10}$ と流れの岸に平行な成分の周期 $T^{(p)}_{1/3}$ との関係

Fig. 32 Relation between the period $T^{(s)}_{1/10}$ of swell and the period $T^{(p)}_{1/3}$ of the alongshore velocity fluctuation v.

$$
\begin{aligned}
13\ \mathrm{sec} \lesssim T^{(s)}_{1/10} \lesssim 17\ \mathrm{sec} \\
120\ \mathrm{sec} \lesssim T^{(o)}_{1/3} \lesssim 180\ \mathrm{sec} \\
70\ \mathrm{sec} \lesssim T^{(p)}_{1/3} \lesssim 130\ \mathrm{sec} \\
85\ \mathrm{sec} \lesssim T^{(l)}_{1/3} \lesssim 135\ \mathrm{sec}
\end{aligned}
\tag{22}
$$

であった．岸に平行な成分 v の周期 $T^{(p)}_{1/3}$ は，水位変動の周期 $T^{(l)}_{1/3}$ とだいたい同じであり，岸に直角な成分 u の平均周期 $T^{(o)}_{1/3}$ はそれ等に比べて 4 割から 5 割程度大きい．この事実からも u 成分と v 成分を構成する運動はかなり性質の異なったものであることが推測される．

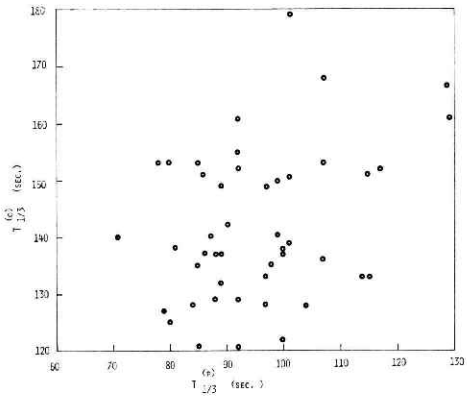

図 33　流れの岸に直角な方向の成分 (u) の周期 $T^{(o)}_{1/3}$ と岸に平行な方向の成分 (v) の周期 $T^{(p)}_{1/3}$ との関係

Fig. 33 Relation between the period $T^{(o)}_{1/3}$ of the offshore velocity fluctuation u and the period $T^{(p)}_{1/3}$ of the alongshore velocity fluctuation v.

図 33 は，u 成分の平均周期 $T^{(o)}_{1/3}$ と，v 成分の平均周期 $T^{(p)}_{1/3}$ との関係を示すものである．点のバラツキの程度が非常に大きく，両者の間に確たる関係があるとは思えない．これも，u 成分と v 成分が異なる機構によって生成されたものであり，二つの運動がかなり独立なものであると考えられる証拠である．もちろん，サーフ・ビートという長周期波に伴う流れの変動もあるわけであるから，u と v が全く無相関であるわけがなく，ここで言えることは，u と v は相関のある成分に比べて圧倒的に，相互に独立な成分から，構成されているだろうということである．

図 34, 35 は，それぞれ，サーフ・ビートの水位変動の大きさ $H^{(l)}_{1/3}$ と流速の岸に直角な

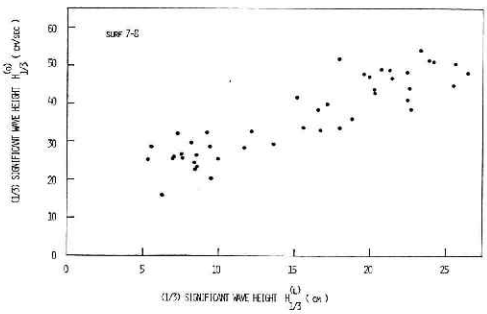

図 34　サーフ・ビートの水位変動の大きさ $H^{(l)}_{1/3}$ と，流れの岸に直角な方向の成分 (u) の大きさ $H^{(o)}_{1/3}$ との関係

Fig. 34 Relation between the significant wave height $H^{(l)}_{1/3}$ of surface displacement and $H^{(o)}_{1/3}$ of the offshore velocity fluctuation u.

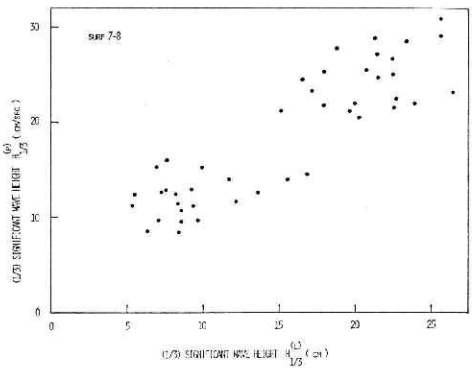

図 35　サーフ・ビートの水位変動の大きさ $H^{(l)}_{1/3}$ と，流れの岸に平行な方向の成分 (v) の大きさ $H^{(p)}_{1/3}$ との関係

Fig. 35 Relation between the significant wave height $H^{(l)}_{1/3}$ of the surface displacement and $H^{(p)}_{1/3}$ of the alongshore velocity fluctuation v.

成分 u の大きさ $H^{(o)}_{1/3}$ との関係，および，$H^{(l)}_{1/3}$ と岸に平行な流速の成分 v の大きさ $H^{(p)}_{1/3}$ との関係を示すものである．それぞれ，二つの統計量の間には，近似的に線形な関係があることが認められる．しかし，今まで我々が述べてきたことからすると，この“関係”は見かけ上のものであって，実は，直接的に結びつけられているのではなく，入射波浪の大きさにサーフ・ビートの波高や流れの変動の大きさが関係していることから生まれる間接的なものに過ぎないことになる．

6.　水位変動・流速変動のスペクトル解析

今までは，サーフ・ビートの水位変動や流速変動 u, v の統計平均値を用いて，サーフ・ビートの特性について調べてきた．ここでは，スペクトル解析を行って，水位変動・流速変動を周波数分解し，サーフ・ビートの特性をより明らかにすることとする．

(i)　水位変動のパワー・スペクトル

図 36, 37 は，サーフ・ビートの表面水位変動 η のパワー・スペクトル密度分布 $P_{LL}(f)$ をシリーズごとに描いたものである．スペクトル分布の全体的な特徴としてまず目に付くのは，スペクトル分布に，はっきりした二つの極大値が存在することである．そして，それ等の周波数は，

$$f_1 \doteqdot 2.0\times10^{-3}\ \mathrm{Hz}$$

$$f_2 \doteqdot 5.0\times10^{-3}\ \mathrm{Hz}$$

となってる．第2のより高い周波数 f_2 のピークは，より細かく見れば，さらに幾つかのピークに分割できそうである．大部分のシリーズでは，スペクトルの形が2極値型であるのに，

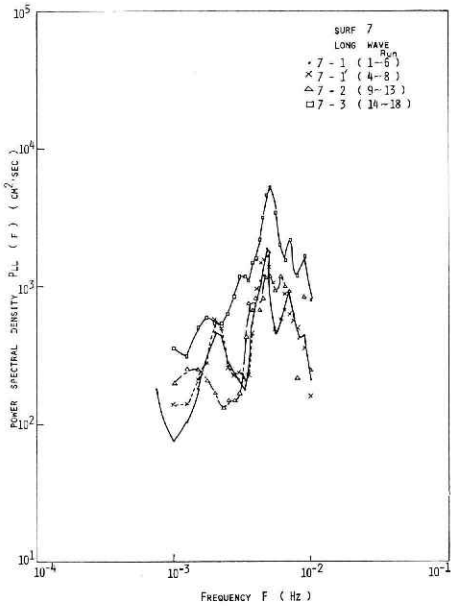

図 36　サーフ・ビートの水位変動のエネルギー・スペクトル密度の分布（シリーズ (7-1)～(7-3)）

Fig. 36 Energy spectral density function $P_{LL}(f)$ of the surface displacement η due to surf beat (series 7-1～7-3). Note the existence of two sharp peaks and amplification of them in time.

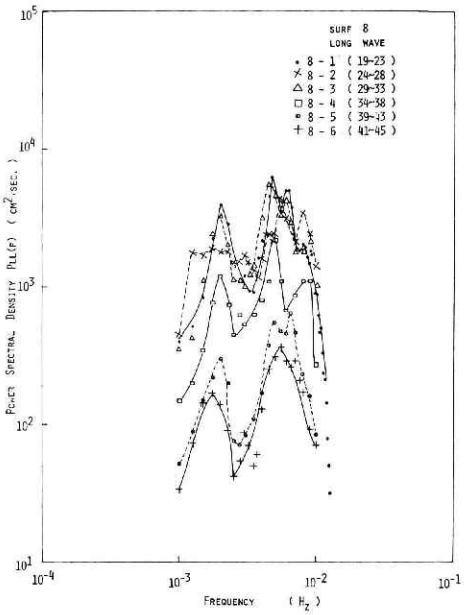

図 37　サーフ・ビートの水位変動のエネルギー・スペクトル密度分布（シリーズ (8-1)～(8～6)）

Fig. 37 Energy spectral density function $P_{LL}(f)$ of the surface displacement η due to surf beat (series 8-1～8-6).

表 2　サーフ・ビートに伴う水位変動のエネルギー・スペクトルの卓越した二つのピークの大きさ $P(f_1)$ と $P(f_2)$ の比

Table 2 Values of energy densities $P_{LL}(f_1)$, $P_{LL}(f_2)$ of two dominant peaks in the spectral function $P_{LL}(f)$.

series	f_1	f_2	$P(f_1)$	$P(f_2)$	$P(f_2)/P(f_1)$	$H^{(s)}_{1/10}$	$H^{(l)}_{1/3}$
	(Hz)	(Hz)	(cm²·sec.)	(cm²·sec.)		(cm)	(cm)
7—1	0.0020	0.00475	470	1900	4.0	181	15.4
8—1	0.0020	0.00475	3900	6200	1.6	350	32.5
8—3	0.0020	0.00450	3300	5500	1.7	332	32.5
8—4	0.0020	0.00500	1200	2100	1.8	230	18.1
8—5	0.002	0.0050	300	650	2.2	168	11.1
8—6	0.00175	0.00525	170	360	2.1	158	9.0

(7-2), (7-3), (8-2) の三つのシリーズの場合にはそれほど明確でない．(7-2) のシリーズでは，第1のピークの位置が，他の場合に比べて，相当に低周波側に偏よっており，シリーズ (7-3) では，f_1 におけるスペクトル密度 $P_{LL}(f_1)$ と，f_2 におけるスペクトル密度 $P(f_2)$ との比が他の場合に比べて異常に大きい．又，シリーズ (8-2) では，周波数が f_1 の近くのスペクトル分布の形が，他の場合に比べて，平坦に過ぎる．

表2は，第1および第2のスペクトルのピークにおける，スペクトル密度 $P(f_1)$，$P(f_2)$ の値の変化を示している．この表からわかるように，シリーズ (8-1)～(8-6) においては，$P(f_1)$ と $P(f_2)$ の比は，だいたい等しい．すなわち，この期間においては，スペクトルのだいたいの形が保持されながら，サーフ・ビートの振幅が大きくなったり，小さくなったりしていることになる．図 38 は，このことをより明確にするために，$P(f_2)$ で正規化したスペクトル密度分布を示したものである．

シリーズ (8-1) とシリーズ (8-6) では，全体のエネルギーが 20 数倍（波高にして 4 倍強）の差があるにもかかわらず，スペクトルの形が大変よく似ている．I からわかるように，シリーズ7の期間中は波が発達して行く段階であり，シリーズ8は，波が減衰して行く段階である．シリーズ (7-1) と (7-1′) は，入射波浪の統計的状態も平衡に近い初期の段階に対応しており，図 36 からわかるように，二つのスペクトル密度関数 $P_{LL}(f)$ は，細部にわたるまで，よく似ている．

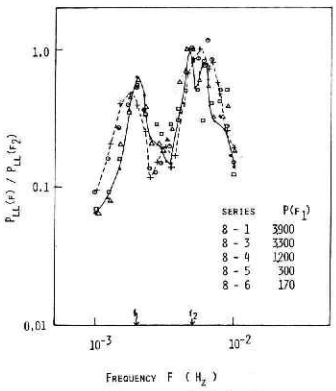

図 38　サーフ・ビートの水位変動のエネルギー・スペクトル密度関数 $P_{LL}(f)$ を第2のピークにおける値 $P(f_2)$ で正規化したもの．スペクトル分布が高度の相似性を示している

Fig. 38 Spectral density function $P^*_{LL}(f)$ normalized by the value $P_{LL}(f_2)$ at the secondary peak of energy density function $P_{LL}(f)$. Note high similarity during decay stage (series 8-1～8-6).

サーフ・ビートのスペクトルについて論じたものに，Munk (1962)，高橋ら (1971) がある．Munk の場合には，スペクトルのピークが存在しなく，エネルギー密度が平坦である．一方，高橋らの田子の浦港における測定では，我々と同じように二つの卓越したピークを持ったスペクトルが得られている．そして，それらの周期は，情況によって若干異なっていて，80～100 秒，38～47 秒と我々の場合と比べると随分小さい．

図 39 は，周波数 f_1，f_2 におけるスペクトル密度 $P(f_1)$，$P(f_2)$，サーフ・ビートの平均的な大きさ $H^{(l)}_{1/3}$，および入射波浪の大きさ $H^{(s)}_{1/10}$ の時間変化を示したものである．第2のピークのスペクトル密度が，第1のそれに比べて，随分早い時刻に大きくなり始め，入射波浪が未だ最大に達する前に，最大値をとっている．一方，第1のピークのスペクトル密度 $P(f_1)$ の方は，入射波浪の大きさが最大に達すると同じ頃に最大となる．第1のピーク f_1 におけるスペクトル密度 $P(f_1)$ が，初期の状態から，最大値をとるに到るまでの時間は，だいたい 10 時間であるのに対して，第2のピーク f_2 におけるスペクトル密度が，そうなるのに7時間程度しか要しない．なお，入射波浪が最大となるまでに要した時間は，10 時間程度である．周波数 f_2 におけるスペクトル密度 $P(f_2)$ が，f_1 におけるスペクトル密度 $P(f_1)$

に比べて，大きいので，サーフ・ビートの全体としての大きさが，ほぼ一定の値をとるのは，$P(f_1)$ がそうなった時間に近くなっている．一方，減衰段階では，$P(f_1)$ と $P(f_2)$ の比が一定のままであるので，入射波浪が小さくなる時は，周波数が f_1 の長周期波も，f_2 の波も同じ割合で小さくなることになる．この傾向は，十分発達した風浪の減衰時にも見られることであり，大変に興味深い．周波数 f_2 の成分のスペトクル密度 $P(f_2)$ に平衡値があることは注目さるべきことである．このように長い波（後述するように波長が 300 m 程度）が，このように小さい波高（波長に比して）で砕けるわけがないから，この波を発生させる機構そのものが，頭打ちになるのか，あるいは，他のいろんなモードの運動との干渉が存在するために，一定値に抑えられるためと考えられる．

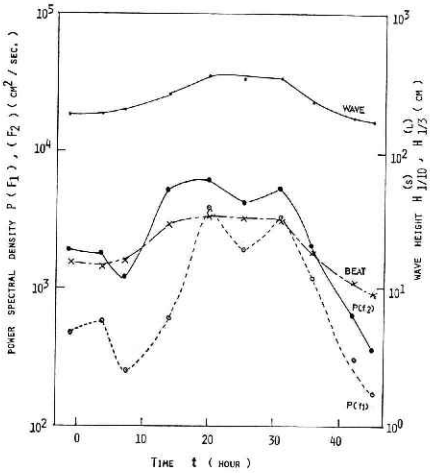

図 39 入射波浪の大きさ $H^{(s)}_{1/10}$，サーフ・ビートの水位変動の大きさ $H^{(l)}_{1/3}$，サーフ・ビートのスペクトルのピークの値 $P(f_1)$, $P(f_2)$ の変化図

Fig. 39 Evolution of the incident wave height $H^{(s)}_{1/10}$ of swell, significant wave height $H^{(l)}_{1/3}$ of surface displacement due to surf beat and values of spectral densities $P_{LL}(f_1)$, $P_{LL}(f_2)$ of the two dominant peaks of spectral density function $P_{LL}(f)$ of surface displacement. The component at the secondary peak with frequency f_2 starts to develope earlier than that at the first peak. Moreover, f_1 component attains an equilibrium value before the incident swell attains its maximum wave height. In the decay stage, the two components decay in proportional rate in accordance with the existence of similarity of energy spectral function $P_{LL}(f)$.

卓越するエネルギーピークの周波数は，表 2 からわかるように，第 1 のピークで，

$$f_1=0.0020\pm0.00025\ (\mathrm{Hz})$$

と非常に一定に近い．一方，第 2 のものは

$$f_2=0.0051\pm0.00038\ (\mathrm{Hz})$$

と若干第 1 のものに比べ，変動幅が大きくなっている．しかし，いずれも 1 割より小さい変動であるに過ぎない．第 2 のピークの周波数 f_2 は，時間の経過につれて，やや系統的な変化を示している．シリーズ 7 では 0.00475 Hz 程度であるのに，シリーズ 8 では，0.0050 Hz 近辺の値をとるようになる．I の図 34 を見てもわかるように，入射波浪の平均周期は，時間の経過につれて小さくなっており，水位変動の平均周期 $T^{(l)}_{1/3}$ も，わずかではあるが小さくなっている．この周期のずれは，上に述べたような第 2 のピークの高周波側への偏位に対応しているのかも知れない．

I において，サーフ・ビートの波高 $H^{(l)}_{1/3}$ が，入射波浪の波高 $H^{(s)}_{1/10}$ の 1.5 乗に比例することを示した (I の式 20)．サーフ・ビートのスペクトル分布は，二つの卓越したピークを

持っているので，この二つのピークに対応する“波高”も，入射波浪の大きさ $H_{1/10}^{(s)}$ の 1.5 乗に比例するものと予想される．周波数 f_1, f_2 に対応する‘波高’$H_1^{(l)}$, $H_2^{(l)}$ を

$$H_1^{(l)}=\sqrt{P(f_1)\Delta f_1}\,,$$

$$H_2^{(l)}=\sqrt{P(f_2)\Delta f_2}$$

で定めることにする．Δf_1, Δf_2 は，スペクトルのピークの半値幅である．ここに求めた $H_1^{(l)}$, $H_2^{(l)}$ と入射波浪の波高 $H_{1/10}^{(s)}$ との関係を示したのが図 40 である．なお，第 2 のピークのスペクトル幅は，スペクトルの形が複雑なので一定と置いた．二つの成分の波高とも $H_{1/10}^{(s)}$ の 1.5 乗に比例するように見える．第 2 のピークが初期の段階ですでにある水準に達していたので，その段階に対応する点が少し大き目に出ている．第 1 のピークの波高の場合には，発達段階と減衰段階の間に，はっきりした差が見受けられない．前に述べたように，成分によって発達に要する時間や，発達開始の時期が異なるので，サーフ・ビートの全体としての大きさ $H_{1/3}^{(l)}$ と入射波浪の大きさ $H_{1/10}^{(s)}$ との関係と，成分波の波高 $H_1^{(l)}$ (又は $H_2^{(l)}$) と入射波浪の波高 $H_{1/10}^{(s)}$ との関係が，全く同じでなくても不思議ではない．

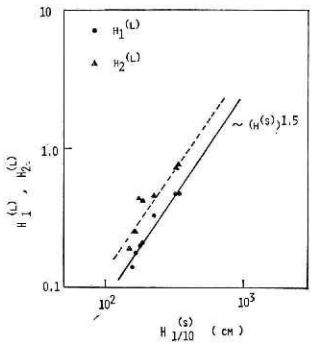

図 40　入射波浪の大きさ $H_{1/10}^{(s)}$ とサーフ・ビートのスペクトルのピークに対応する成分の大きさ $H_1^{(l)}$, $H_2^{(l)}$ との関係，$H_1^{(l)}$, $H_2^{(l)}$ の両者とも，概略 $H_{1/10}^{(s)}$ の 1.5 乗に比例する

Fig. 40　Relation between the incident wave height $H_{1/10}^{(s)}$ and the wave height $H_1^{(l)}$, $H_2^{(l)}$ corresponding to the two peaks of the energy spectral density function $P_{LL}(f)$ of surf beat. Both $H_1^{(l)}$ and $H_2^{(l)}$ can be seen to change roughly in proportion to $(H_{1/10}^{(s)})^{1.5}$.

サーフ・ビートの水位変動 $\eta(t)$ のスペクトル解析の結果，若干の例外があるものの，我々の測定した例では，二つ (又は三つ) の卓越したエネルギー・ピークが存在する．これは何故なのであろうか．一つには入射波浪のスペクトル構造が原因となって，このようなことが起きていることが考えられる．そこで，入射波浪のエネルギースペクトルを調べて見ることにする．これを図示したのが，図 41, 42 である．シリーズ (7-1), (7-1′) の場合には明らかに二つのピークのある分布となっている．しかし，それ以後の測定期間の大部分においては，図からわかるように $f=0.07$ Hz 近辺に一つの卓越したエネルギーのピークを持った分布となっていて，初期にあった $f=0.12$ Hz 程度の周波数の第 2 のエネルギー・ピークは，かくれてしまっている．そして，この第 2 のピークの大きさは，測定期間中ほぼ一定である．一方，図 40 からもわかるように，サーフ・ビートの二つのエネルギー・ピークとも入射波浪の増大に伴って，初期状態に比べて，大きくなっている．以上の考察から，サーフ・ビートのスペクトル分布 $P_{LL}(f)$ に二つ (又は

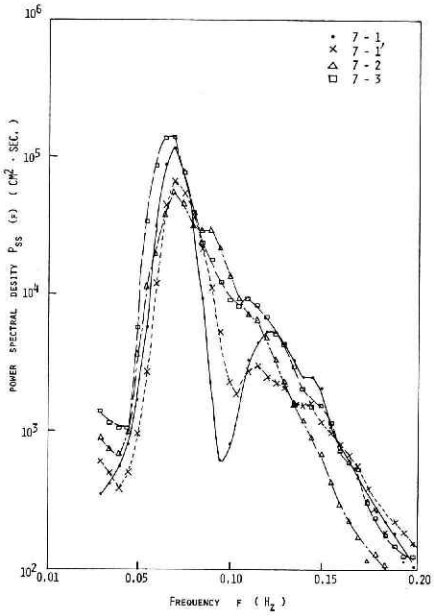

図 41　入射波浪のエネルギー・スペクトル密度 $P_{ss}(f)$（シリーズ (7-1)～(7-3)）

Fig. 41 Energy spectral density function $P_{ss}(f)$ of incident wave (series 7-1～7-3). At the earlier stage spectral density function has two peaks but soon the main peak with lower frequency dominates over the component with higher frequency.

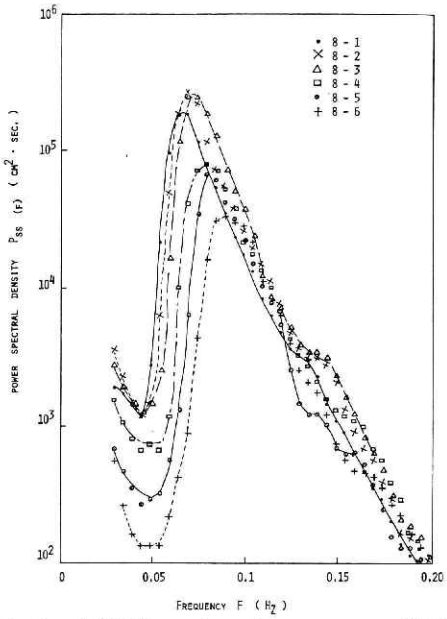

図 42　入射波浪のエネルギー・スペクトル密度 $P_{ss}(f)$（シリーズ (8-1)～(8～6)）

Fig. 42 Energy spectral density function $P_{ss}(f)$ of incident wave (series 8-1～8-6). During this stage there is only one dominant peak corresponding to incoming swell from a typhoon for away from the observation point.

三つ）のピークがあるのは，入射波浪のエネルギー・スペクトル分布の構造を直接原因としているのではないことがわかる．

Longuet-Higgins and Stewart (1964) は，入射波浪に伴う radiation stress によって，大きな波群の場所で谷となり，小さな波群の場所で山となるような長い波が発生することを示した．入射波浪の進行方向の radiation stress を S_{11} とするとき，この長い波の水位 η は，

$$\rho\eta=\frac{S_{11}}{gh-c_g^2} \tag{23}$$

と表わされる．ここに，ρ は水の密度，g は重力加速度，c_g は波浪の群速度である．水深 h が小さく，浅海近似が成り立つときには，

$$\rho\eta\doteqdot-\frac{3ga^2}{2\omega^2h^2} \tag{24}$$

となる．ここに，ω は入射波浪の角周波数 ($\omega=2\pi f$) で，a は波高である．この関係で果して，測定結果を説明できるかどうかを I で調べ，否定的な結果を得ている．波が浅海で変形する

が，それが Green の法則に従うとすれば

$$a^2 \propto h^{-1/2}$$

であるから，

$$\eta \propto h^{-5/2}$$

となるが，測定の結果では，

$$\eta \propto h^{-1/2}$$

となっている (I の図 33，あるいは本論文の式 20 を参照．サーフ・ビートの大きさ，水深に対する関係については後で更に詳しく論じる)．もしこのような機構でサーフ・ビートが発生しているとするならば，我々の測定ではサーフ・ビートの水位のスペクトルに，二つの確然としたピークがあったのであるから，波の群のスペクトルにも少なくとも二つの明らかなピークがなくてはならないことになる．図 43，44 は，入射波浪の包絡線 $e(t)$ のパワー・スペクトル密度分布 $P_{EE}(f)$ を示したものである．ここで，包絡線 $e(t)$ とは，入射波浪に伴う水位変動を $\zeta(t)$ として，

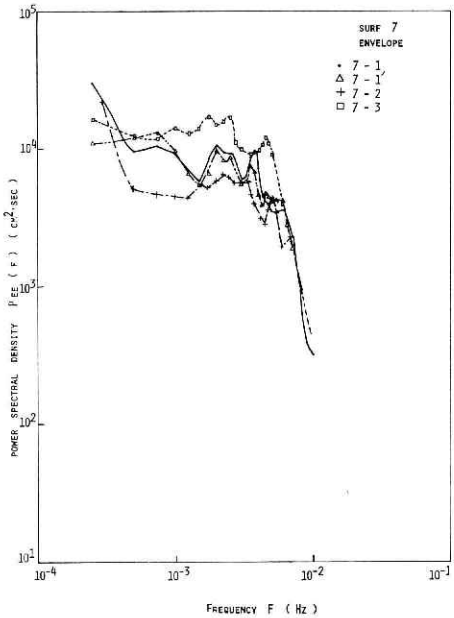

図 43　入射波浪の包絡線 $e(t)$ のパワー・スペクトル密度 $P_{EE}(f)$ (シリーズ (7-1)～(7-3))

Fig. 43 Energy spectral function $P_{EE}(f)$ of an envelope $e(t)$ of surface displacement $\eta(t)$ of incident wave (series 7-1～7-3). It is remarkable that there is no stable dominant peak at the frequencies f_1, f_2 of the peaks in the surf beat spectrum $P_{LL}(f)$.

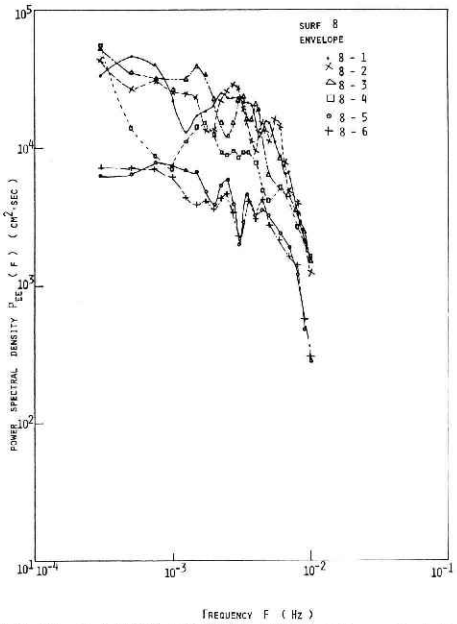

図 44　入射波浪の包絡線 $e(t)$ のパワー・スペクトル密度 $P_{EE}(f)$ (シリーズ (8-1)～(8～6))

Fig. 44 Same as fig. 43 except series 8-1～8-6.

$$e(t)=\frac{1}{T_r}\int_t^{t+T_r}|\zeta(t)|\,dt \tag{25}$$

としたものである．平均時間 T_r としては，80 秒を採った．図からわかるように，スペクトルの形が変動に富み，ある特定の周波数にエネルギーの極値があるような分布にはなっていない．まして，包絡線 $e(t)$ のスペクトル分布 $P_{EE}(f)$ は，サーフ・ビートの水位変動 $\eta(t)$ のスペクトル分布 P_{LL} と同じではない．これからも，サーフ・ビートが Longuet-Higgins and Stewart (1964) が考えた機構によって主に発生するものであると考えるのは無理である，ということがわかる．

(ii) 流速変動のエネルギー・スペクトル

次いで，流速変動のスペクトルの構造を調べる．それによって，サーフ・ビートの性質がより明らかになるであろう．図 45 に，流速変動の u 成分，v 成分のエネルギー・スペクトル分布 $P_{OO}(f)$, $P_{PP}(f)$ を，入射波浪の群 $e(t)$ とサーフ・ビートの水位変動 $\eta(t)$ のスペクトル分布 $P_{EE}(f)$, $P_{LL}(f)$ と一緒に示した．この図からまず気付くのは，水位変動のスペクトル

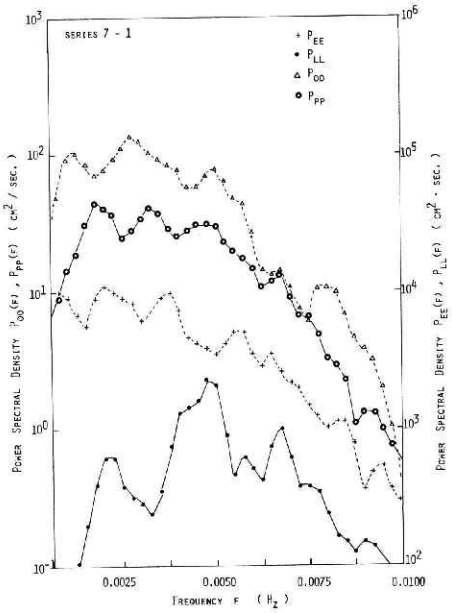

図 45 a サーフ・ビートの水位変動 (P_{LL})，流れの岸に直角方向の成分 (P_{OO})，岸に平行な成分 (P_{PP}) のエネルギー・スペクトル，および，入射波浪の包絡線のスペクトル (P_{EE}) (シリーズ (7-1))

Fig. 45 a Energy spectral density functions. P_{LL}-surface displacement due to surf beat, P_{OO}-offshore component of velocity fluctuation u, P_{PP}-alongshore component of velocity fluctuation v, P_{EE}-envelope of incident wave (series 7-1).

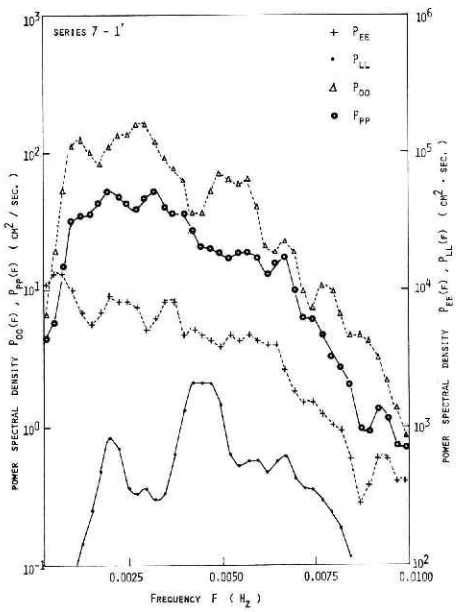

図 45 b 図 45 a に同じ (シリーズ 7-1′)

Fig. 45 b Same as fig. 45 a except series 7-1′.

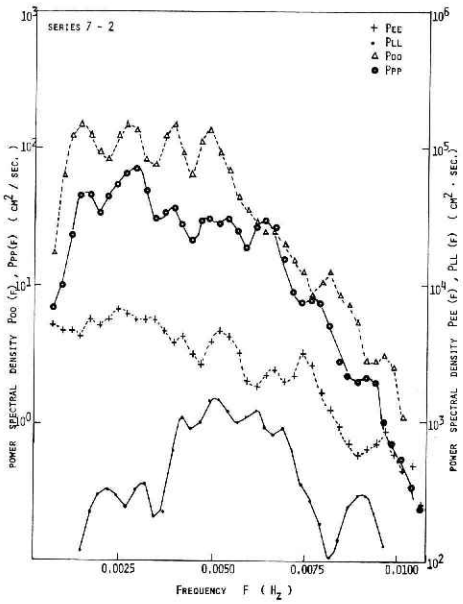

図 45 c　図 45 a に同じ (シリーズ 7-2)
Fig. 45 c Same as fig. 45 a except series 7-2.

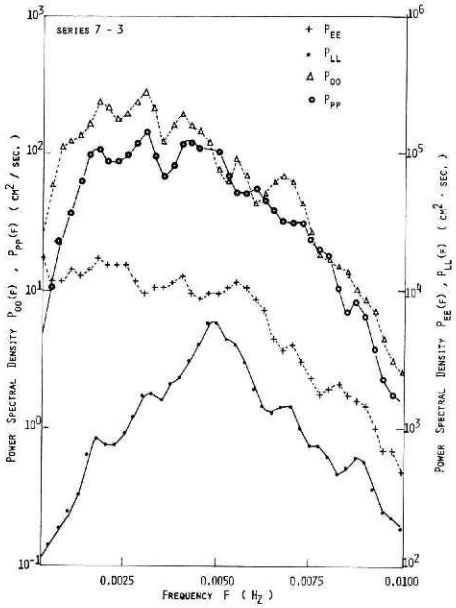

図 45 d　図 45 a に同じ (シリーズ 8-1)
Fig. 45 d Same as fig. 45a except series 7-3.

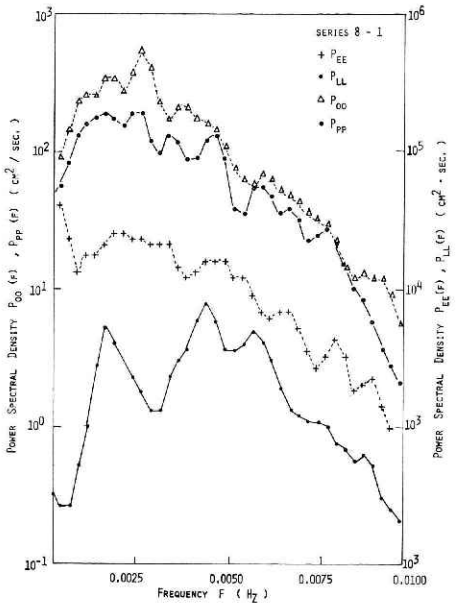

図 45 e　図 45 a に同じ (シリーズ 8-2)
Fig. 45 e Same as fig. 45 a except series 8-1.

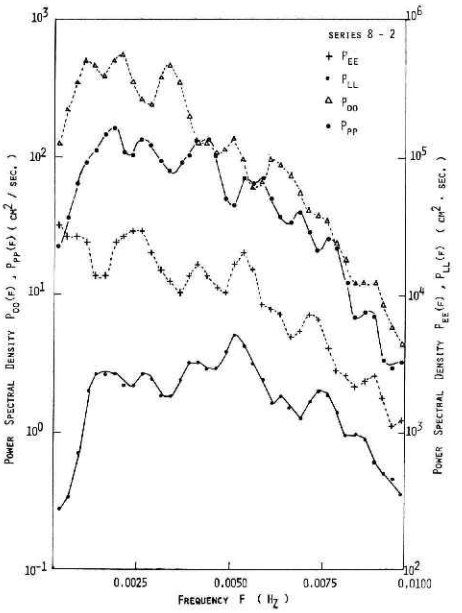

図 45 f　図 45 a に同じ (シリーズ 8-3)
Fig. 45 f Same as fig. 45 a except series 8-2.

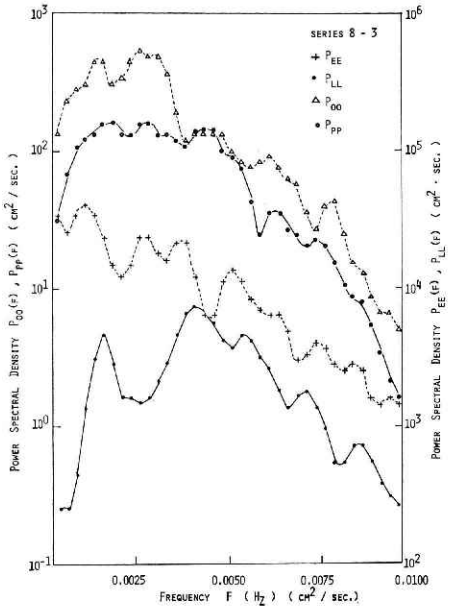

図 45 g 図 45 a に同じ（シリーズ 8-4）
Fig. 45 g Same as fig. 45 a except series 8-3.

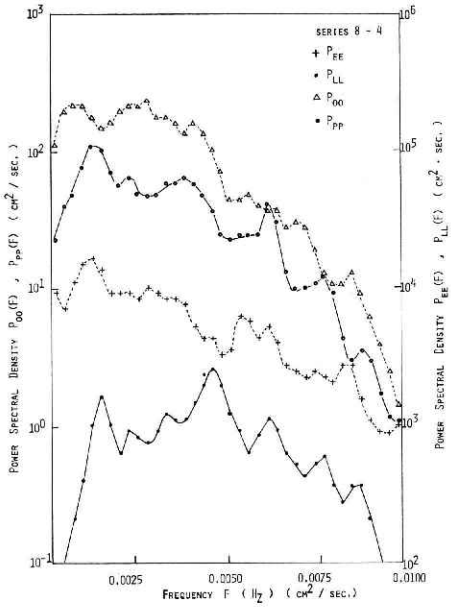

図 45 h 図 45 a に同じ（シリーズ 8-5）
Fig. 45 h Same as fig. 45 a except series 8-4.

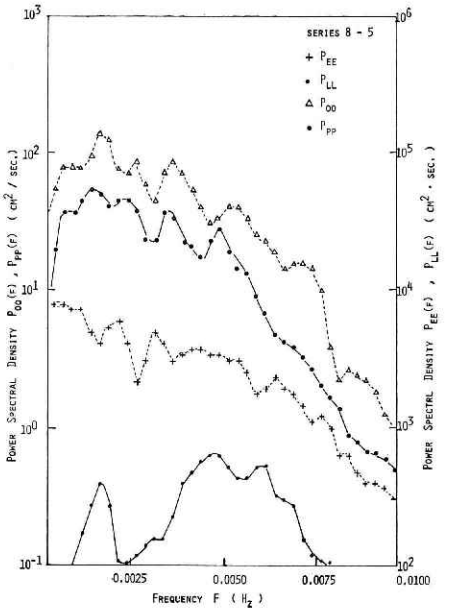

図 45 i 図 45 a に同じ（シリーズ 8-5）
Fig. 45 i Same as fig. 45 a except series 8-5.

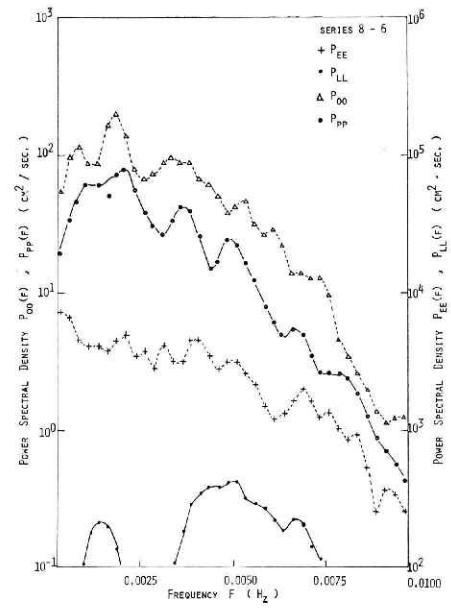

図 45 j 図 45 a に同じ（シリーズ 8-6）
Fig. 45 j Same as fig. 45 a except series 8-6.

分布に存在する二つ（又は三つ）のエネルギーの極大値のある周波数近辺で，流れのスペクトル分布 $P_{OO}(f)$，$P_{PP}(f)$ にピークが存在しないことである．我々の着目している長さのスケールでの水の運動が，主として表面波の運動であるならば，水位変動のエネルギーが極値を持つ周波数には，当然，流れのスペクトルにもエネルギーの極値があるはずである．ところが，実際にはそうはなっていない．サーフ・ビートの水位変動が一番大きいとき（シリーズ 8-1）にも，それに対応した水位変動のエネルギーのピークがない．とすると，水の運動は，主として表面変位を伴わないもの（式18で $\boldsymbol{u}'$ と書いた成分）であるということになる．そうであるならば，水位変動の大きさと流速変動の大きさとの関係に大きなバラツキがあったのは，両者の関係が直接的なものでなく，原因を同じ入射波浪としていることによる間接的なものであるからであったということになる．

図 46 に示したのが，サーフ・ビートの水位変動の正規化した周波数エネルギー・スペクトル分布 $P^*_{LL}(f)$ の変化の仕方である．各線は各シリーズに対応している．先の図と違って，横軸を線形目盛にとったので，高周波側が拡大されピークが少しはっきりしなくなっているが，かなり相似性のある二山構造が認められる．図 47 に，流速の u 成分（O 成分）のスペクトル密度分布 $P_{OO}(f)$ を，ピークの値が1になるように規格化して示した．水位変動に関

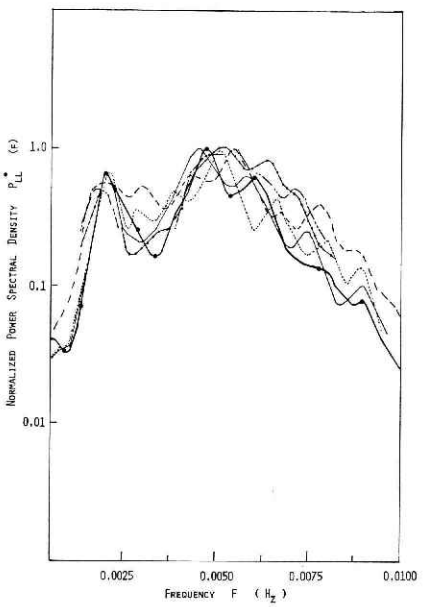

図 46　サーフ・ビートの水位変動の正規化したエネルギー・スペクトル密度 P^*_{LL}

Fig. 46　Normalized energy spectral density function P^*_{LL} of the surface displacement due to surf beat. The horizontal coordinate is taken in linear scale.

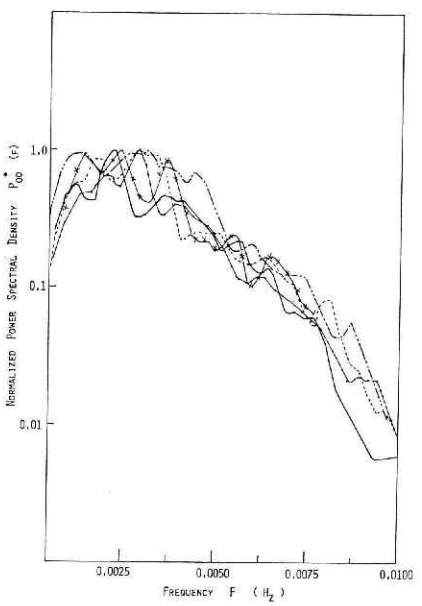

図 47　流速の岸に直角な方向の成分(u)の正規化したエネルギー・スペクトル密度 P^*_{OO}

Fig. 47　Normalized energy spectral density function P^*_{OO} of offshore component of velocity fluctuation u. Similarity is not so obvious as in case of P^*_{LL}.

する図 46 を比較すると，顕著なピークが一定の周波数帯にあるというようなことはなく，特に，エネルギーのピークの近辺で相似の形にはなっていない．なお，より高周波域では，流速変動のスペクトルの全体としての変動幅の方が，水位変動のそれより小さいことが見受けられる．図 48 には，流速変動の v 成分（P 成分）の正規化したエネルギー・スペクトル密度分布 P^*_{PP} の変化を示してある．相似性に乏しいのは，u 成分の場合と同じであって，スペクトル密度の高周波域における変動幅は，ここに挙げた三つの例の中では，最も大きい．v 成分のスペクトル分布は，u 成分の場合とは違って，水位変動のスペクトルの第 1 と第 2 のピークの間の周波数範囲で，スペクトルの密度がほぼ一定である．u 成分の場合には，水位変動のスペクトルの第 1 のピーク近辺でのエネルギー密度が格別に大きくないのに，v 成分の場合には，この近辺のスペクトル密度の値は，第 1 のピーク近辺でのスペクトル密度の値に匹敵する位に大きい．これは，v 成分のかなりの部分（u 成分に比べて）が水位変動を伴う運動に起源を持っているためと考えられる．今一つ注目されるのは，高周波数域における正規化したスペクトル密度の変動が大きいことの原因となっていることであるが，シリーズ (8-5), (8-6) の，波がかなり静まった時期における，高周波域のスペクトル密度が他に比べてかなり小さいことである．v 成分，η 成分の場合には，このように顕著な減衰はない．これは，v 成分の高周波域の運動の応答時間が他の成分の応答時間に比べて速いことを示唆するものである．

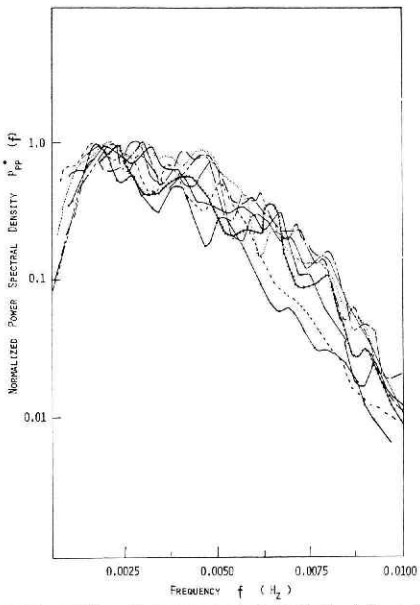

図 48 流速の岸に平行な方向の成分 (v) の正規化したエネルギー・スペクトル密度 P^*_{PP}

Fig. 48 Normalized energy spectral density function P^*_{PP} of alongshore component of velocity fluctuation.

正規化されたスペクトルの形からも，流れの変動の大部分を構成するのは，表面波（サーフ・ビート）を伴う運動ではなく，乱流，あるいは成層している流体に生起する内部波であるということが示唆される．これは重要なことである．砕波あるいは波の変形過程において，このように強い乱れが生成されることが事実であれば，沿岸域における拡散や混合などの過程を考察するときに十分注意しなければならないことになる．この種の乱れはどういう性質を持っているのであろうか．図 29, 30 に示したように，乱れの強さは，入射波浪の波高の大きさとかなりの相関を持っている．波が大きいと強い乱れが生じ，小さいと弱い乱れが生ずる．点のバラツキの具合がかなり大きいので確言できないが，波の発達段階と減衰段

階とでは顕著な差が見当らない．我々の測定している位置は，岸から約 1 km 離れたところであり，砕波点が岸からせいぜい 500 m 位の場所と考えられるので，砕波点から岸までと同じ位の距離だけ離れた海側にも強い乱れが存在することになる．この乱れのスケールは？この乱れの及ぶ範囲は？沿岸における力学過程に果す役割は？いろんな問題が思い浮かぶ．ここでは，サーフ・ビートの性質についての議論にしぼっていこう．

(iii)　クロス・スペクトルによる解析

次いで，入射波浪の包絡線の時系列 $e(t)$，水位変動 $\eta(t)$，流速変動の成分 $u(t)$, $v(t)$ の間のクロス・スペクトル解析を行って，サーフ・ビートの特性あるいはその起源をより詳細に調べて見よう．

図 49 は，波浪の包絡線 $e(t)$ と長周期波の水位変動 $\eta(t)$ とのクロス・スペクトル解析から得られた位相のずれの周波数分布 $\phi_{EL}(f)$ である．長周期波の水位変動と波浪の包絡線との位相関係を調べることは，長周期波の起源を探るのに重要である．Munk (1949) や Tucker (1950) などの測定では，位相の差を周波数分解していない．今までの解析の結果から，サーフビートなどの発生の原因となる入射波浪の浅海における変形過程に伴って，かなり複雑な水の運動が起こっていることがわかった．更に，サーフ・ビートのエネルギーは，二つの顕著な周波数に分配されていることも判明した．というわけで，入射波浪の包絡線 $e(t)$ とサーフ・ビート $\eta(t)$ との全体としての位相の関係を調べても，実り多いものでないと考えられる．

Longuet-Higgins and Stewart (1964) が明らかにしたように，入射波浪の波群の高低（包絡線 $e(t)$ の大きさで代表され得る）に伴って，ゆっくりとした水位変動 η_R が存在する可能性がある（実際に存在することを後に示す）．この外，浅海における入射波浪の変形過程に伴って発生する長周期波も考えられる．水位変動のスペクトル分布 $P_{LL}(f)$ の第 1 のピークが非常に鋭く，この波は浅海における入射波浪の変形に伴って生ずる radiation stress

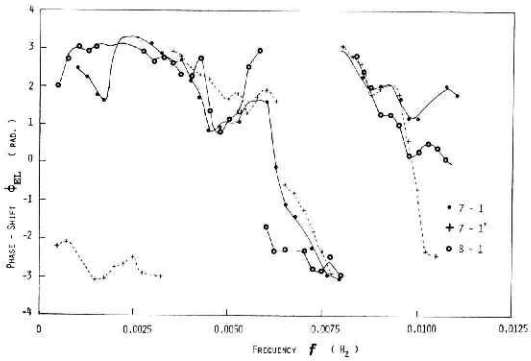

図 49　入射波浪の包絡線 $e(t)$ とサーフ・ビートの水位変動 $\eta(t)$ の間の位相のずれ ϕ_{EL} の分布

Fig. 49　Phase-shift distribution $\phi_{EL}(f)$ between an envelope $e(t)$ of incident waves and surface displacement $\eta(t)$ due to surf beat. It is noted that $\phi_{EL}(f)$ is near π rad. in various frequency domains.

の非一様な分布を駆動力とする固有振動ではないかと考えられるが，それはいづれ明らかになろう．更に，Munk (1964) らによると，長周期波が傾斜する海岸に入射すると岸に trap される波（エッヂ波）と，岸から沖合いに放射される波 (leaky wave) が発生し得るという．入射波浪の包絡線 $e(t)$ と水位変動 $\eta(t)$ の位相関係を周波数別に調べることによって，水位変動の本性がより明らかになろう．図 49 に見るように，サーフ・ビートの第 1 のピーク ($f_1 \fallingdotseq 0.0025$ Hz) 近辺における位相差 ϕ_{EL} は，π rad. に近い．そして，$f=0.0040$ Hz あたりから ϕ_{EL} の値は小さくなり，第 2 のピーク近辺で極小となって，1 rad. 程度の大きさになる．$f=0.0075$ Hz 近辺で再び π rad に近い値となり，以後徐々に減少する．ただ，水位変動の第 1 のピーク ($f \fallingdotseq 0.002$ Hz) 近くでの位相差 $\phi_{EL}(f_1)$ が，波浪が相当に減衰してしまった段階であるシリーズ (8-5), (8-6) において，他の場合と違って，-1 rad. 近い値をとっていること，第 2 のピーク近く ($f \fallingdotseq 0.005$ Hz) においてもシリーズ (8-5), (8-6) において，他のシリーズでの 1 rad 近くの値と違って，π rad. に近い値を取っていること（図には示してないが）が注目される．このように，水位変動と包絡線との位相関係は，波の成分によって違うばかりでなく，時間的にも変動するものであることがわかる．

図 50 は，波浪の包絡線 $e(t)$ と，ゆっくりした水位の変動 $\eta(t)$ との間のコーヒーレンスの周波数分布 $\gamma^2_{EL}(f)$ を描いたものである．まず時間的にも近接し，入射波浪やサーフ・ビートの水位変動のパワー・スペクトルがよく似ているシリーズ (7-1), (7-1′) に注目してみる．二つの場合の γ^2_{EL} の分布が，大変よい対応を示しているのがわかる．$f \fallingdotseq 0.0025$, 0.0030, 0.0065, 0.008 Hz 近辺に γ^2_{EL} の分布のピークがある．$f=0.0025$ Hz のピークは，サーフ・ビートの水位変動のスペクトルの第 1 のピークより明らかに高周波数側に，そして，コーヒーレンス γ^2_{EL} の第 2 のピークの位置は，サーフ・ビートの第 1 と第 2 のピークの中間の周波数域にある．そして，第 3，4 のピー

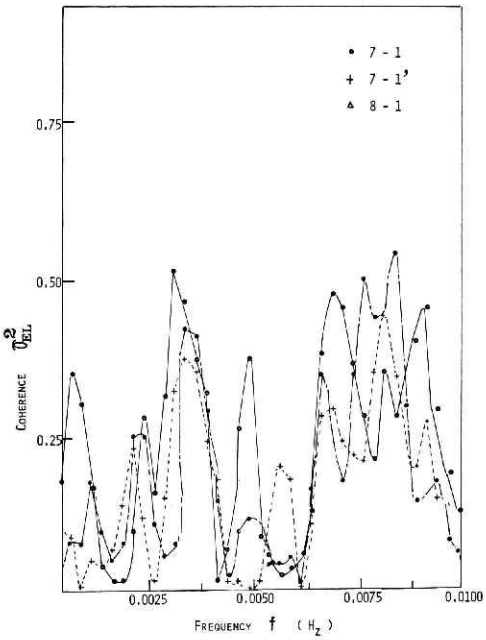

図 50 入射波浪の包絡線 $e(t)$ とサーフ・ビートの水位変動 $\eta(t)$ の間のコヒーレンス γ^2_{EL} の分布

Fig. 50 Coherence distribution $\gamma^2_{EL}(f)$ between an envelope of incident wave $e(t)$ and the surface displacement $\eta(t)$ due to surf beat. Note several peaks in the distribution $\gamma^2_{EL}(f)$. They are situated nearly in the frequency domain where surf beat energy $P_{LL}(f)$ is small. Note also the existence of large coherence in a higher frequency region.

クは，水位変動のパワー・スペクトル密度の小さい領域に位置している．すなわち，定性的には，水位変動 $\eta(t)$ と包絡線 $e(t)$ とのコヒーレンス γ^2_{EL} の値は，水位変動のパワー・スペクトル P_{LL} の値とは逆比例の関係になっている．更に，図49を見ると，コーヒーレンス γ^2_{EL} の大きい周波数領域における位相の差 ϕ_{EL} は，π rad. に大変近い．すなわち，逆位相になっていて，波高の小さい波群のときには，包絡線 $e(t)$ に関係するサーフ・ビートの水位が高く，大きい波群のときには，サーフ・ビートの水位の峯が対応してることになる．これらのことから，Longuet-Higgins and Stewart (1964) の言うとおり，波群の高低に伴って，ゆっくりとした水位の高低が実際に存在することが結論される．コーヒーレンス γ^2_{EL} に幾つかのピークがあるのは，包絡線 $e(t)$ のパワー・スペクトル P_{EE} が，周波数に対して，かなり平坦に分布しており（図 43, 44），一方，サーフ・ビートの水位のパワー・スペクトル分布 $P_{LL}(f)$ が，特徴的に幾つかのピークを持っている（図 36, 37）からである．サーフ・ビートの水位変動のエネルギーの小さい周波数領域においては，風浪の radiation stress の分布に伴う水位変動 η_R が，他の成分に比べて相対的に大きくなるので，サーフ・ビートの水位変動のエネルギースペクトル密度分布 $P_{LL}(f)$ と，コーヒーレンスの分布 $\gamma^2_{EL}(f)$ が逆比例の関係になるのである．

次に波浪の大きさもサーフ・ビートの大きさも最大であるシリーズ (8-1) に注目して見よう．この場合のコーヒーレンスの分布 $\gamma^2_{EL}(f)$ の全体としての形は，シリーズ (7-1), (7-1′) のものによく似ている．違うのは，サーフ・ビートの第2のピーク近辺にかなり大きいコーヒーレンス $\gamma^2_{EL}(f_2)$ の値があることである．これは，シリーズ (8-1) に限らず，(8-1) から (8-4) のシリーズまでの波のかなり大きい段階に特徴的なことである．ただ，シリーズ (8-1) の場合の値 $\gamma^2_{EL}(f_2)$ が一番大きい．そして，波の減衰段階であるシリーズ (8-5), (8-6) の場合には，このピークは小さくなって，ノイズ・レベル以下となる．この周波数近辺の位相の差 $\phi_{EL}(f)$ の値は，図 49 に見るように，π rad. よりは大分小さくて 1 rad. 近くになっていることも注目に値する．

Tucker (1950) や Munk (1949) は，波群の大小に伴って砕波帯に生ずる水位変動 η_S をサーフ・ビートと考えたのであるが，今までの我々の解析によれば，サーフ・ビートに伴う水位変動 $\eta(t)$ は，この外に，海岸近くでの流体系の固有振動に伴うもの η_E および，波群の大小に直接に伴っている radiation stress の分布から生じている成分 η_R を加えたものから成っていることが推察される．よって，入射波浪の包絡線 $e(t)$ と直接に関係するのは，η_R と η_S の成分であり，そして，この内 η_R とは，Longuet-Higgins and Stewart (1964) が示すように，“その場”での radiation stress を介して関係しており，位相の差が π rad. となる．そのために，図 49 で，包絡線 $e(t)$ とサーフ・ビートの水位変動 $\eta(t)$ とのコーヒーレンス γ^2_{EL} の大きい所で，位相の差 ϕ_{EL} が π rad. に近かったのである．一方，砕波過程に伴って発生し沖合いに放射される成分である η_S と包絡線 $e(t)$ とは，間接的に結び付い

ている．というのは，砕波帯において η_S を生じさせる包絡線の時系列 $e'(t)$ と，砕波帯外の沖合いにおけるそれ ($e(t)$) とは，同一のものではなく，相関が1以下になるからである．波が沿岸に近づくにつれて，重力波の分散性のために波形が変形するばかりでなく，水底の影響のために，各成分波自体が変形する．その上，波の変形の仕方が成分波ごとに違っている．砕波帯で反射された長波 η_S が測定点に到達するには有限の時間がかかる．よって，包絡線 $e(t)$ と η_S との位相の差は π rad. にならない．このような事情のために，サーフ・ビートの第2のピーク近辺に，入射波浪が大きいときにコーヒーレンスが大きくなり，しかも位相差が 1 rad. 近くになったものと理解されないこともない．

図 51 は，波浪の包絡線 $e(t)$ と流速の岸に直角な成分 $u(t)$ とのコーヒーレンスの分布 $\gamma^2_{EO}(f)$ を示したものである．低周波数領域においては，コーヒーレンスが小さく，この領域での水粒子の運動が，波浪の radiation stress (その場所での) に，ほとんど無関係であることを示している．そして高周波領域 ($f \fallingdotseq 0.008$ Hz) において，やや大きなコーヒーレンスの値が見受けられる．コーヒーレンスの分布の高周波数域におけるこのような振舞は，包絡線 $e(t)$ と水位変動 $\eta(t)$ との間のコーヒーレンスの分布 $\gamma^2_{EL}(f)$ においてもうかがわれた．このことからも，この周波数域に対応する水粒子の運動のかなりの部分 (7割程度) が，その場における波浪の群の高低に伴う長周期波を原因としていると言えよう．

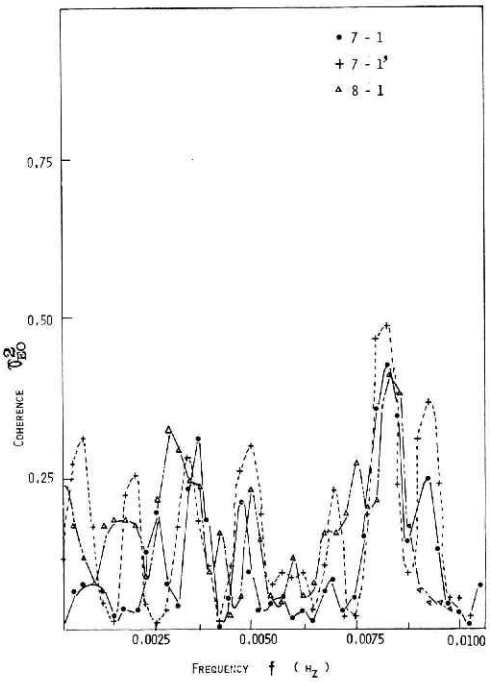

図 51 入射波浪の包絡線 (e) と流れの岸に直角な方向の成分 (u) との間のコヒーレンス γ^2_{EO} の分布

Fig. 51 Coherence distribution γ^2_{EO} between an envelope of incident wave $e(t)$ and the offshore component of velocity fluctuation $u(t)$. The coherence $\gamma^2_{EO}(f)$ is large in the high frequency region where $\gamma^2_{EL}(f)$ is large.

図 52 は，包絡線 $e(t)$ と流れの岸に平行な成分 $v(t)$ との間のコーヒーレンスの分布 $\gamma^2_{EP}(f)$ を示している．$\gamma^2_{EP}(f)$ の変動は，γ^2_{EO} のそれに比べてかなり大きいが，全体としての傾向は似ている．高周波数域における振舞は，u 成分の場合と同じように，radiation stress の分布から説明されると思われる．しかし，入射波浪が非常に波長の長いうねりであることから，波の向きは岸にかなり平行であったと推定される．したがって，波の峯の長さが無限に長い場合には，岸に平行な長周期波が生まれるはずがない．波の峯の長さが有限で，radiation

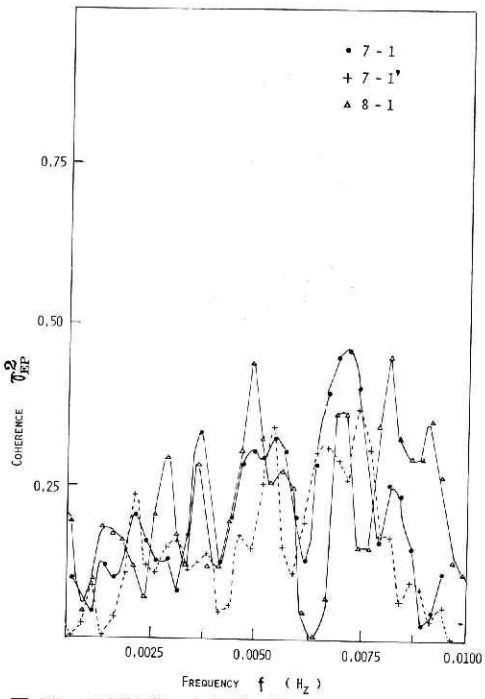

図 52　入射波浪の包絡線 $e(t)$ と流れの岸に平行な成分 (v) との間のコヒーレンス γ^2_{EP} の分布

Fig. 52 Coherence distribution $\gamma^2_{EP}(f)$ between an envelope of incident wave $e(t)$ and the alongshore component of velocity fluctuation $v(t)$.

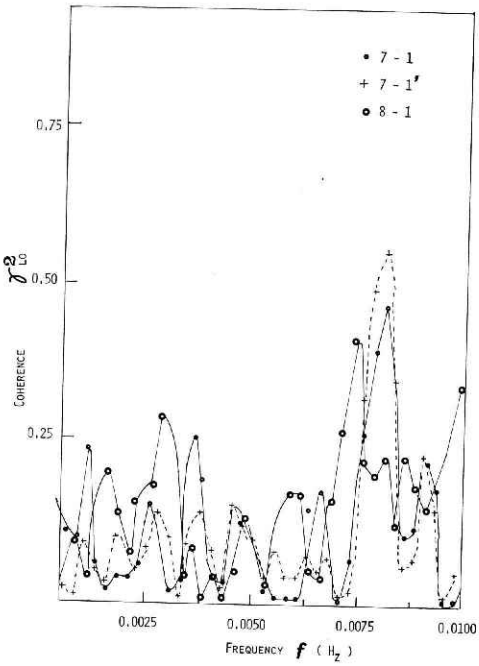

図 53　サーフ・ビートの水位変動 (η) と流れの岸に直角な方向の成分 (u) との間のコーヒーレンス γ^2_{LO} の分布

Fig. 53 Coherence distribution $\gamma^2_{LO}(f)$ between surface displacement $\eta(t)$ due to surf beat and the offshore component of velocity fluctuation $u(t)$. There exists a frequency region with large value of $\gamma^2_{LO}(f)$ near 0.0075 Hz.

stress の分布が波の進行方向 (x_1 方向) に変化するばかりでなく，峯線に平行な方向 (x_2 方向) にも変化しているから波浪の群の大小に関係する岸に平行な運動も存在すると推定される．

図 53 は，水位変動 $\eta(t)$ と流れの岸に直角な方向の成分 $u(t)$ との間のコーヒーレンスの分布 $\gamma^2_{LO}(f)$ を示したものである．サーフ・ビートの水位のエネルギースペクトル P_{LL} の大きな周波数近辺においては，γ^2_{LO} の値が小さく，この周波数領域における水粒子の岸に直角な方向の運動は，大部分水位変動を伴わないものであることがわかる．そして，高周波域における γ^2_{LO} の値が大きいことから判断すると，この領域における水の運動は，大部分，表面の水位変動に伴うものであって，前に述べように，これは又，radiation stress の空間的，時間的非一様性から生じたものと考えられる．

図 54 は，長周期波の水位変動 $\eta(t)$ と流れの u 成分との間の位相のずれの分布 $\phi_{LO}(f)$ を示したものである．かなりの変動があるものの，平均的には位相のずれ $\phi_{LO}(f)$ はゼロに

近い．特に，図 53 と比較すると，高周波数域におけるコーヒレンス γ^2_{LO} の大きい領域において，位相の差 ϕ_{LO} の値がゼロに近いことが注目される．

図 55 は，サーフ・ビートの水位変動 $\eta(t)$ と流れの岸に平行な v 成分（P 成分）とのコーヒーレンスの分布 $\gamma^2_{LP}(f)$ を示したものである．最も特徴的なのは，サーフ・ビートの水位変動のエネルギー・スペクトル分布 $P_{LL}(f)$ の第 2 のピーク（$f \fallingdotseq 0.005$ Hz）近辺におけるコーヒーレンス $\gamma^2_{LP}(f_2)$ の値が大きいことである（全シリーズの中には若干の例外があるが）．その値は，0.5～0.9 という大きなものである．この周波数領域における水の運動が，大部分，サーフ・ビートの第 2 のピークを生んだと同じ原因によるものであることがわかる．これから，この運動が岸に平行に進む波，すなわちエッヂ波であることが推察される．図 53 の η と u とのコーヒーレンスの分布 $\gamma^2_{LO}(f)$ を見ると，サーフ・ビートの水位のスペクトル P_{LL} のピークの周波数領域では，γ^2_{LO} の大きさは，ノイズレベル程度に小さい．このことも，この成分が岸に平行に進む波であるということの証拠である．一方，周波数の高い領域（$f \fallingdotseq$

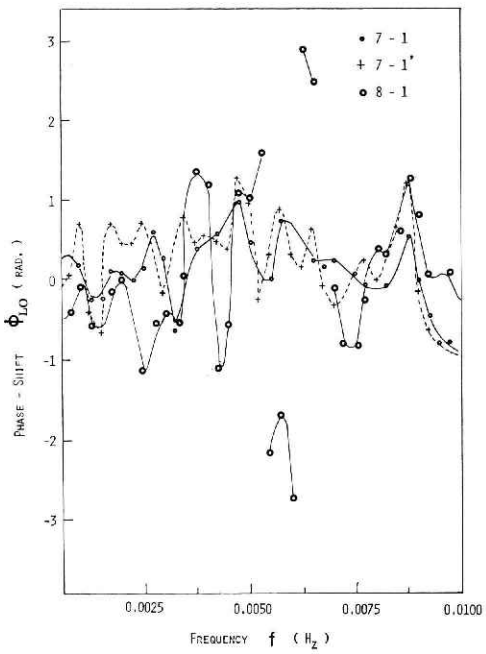

図 54　サーフ・ビートの水位変動 η と流れの岸に平行な方向の成分 (v) との間の位相のずれ ϕ_{LO} の分布

Fig. 54 Phase-shift distribution $\phi_{LO}(f)$ between surface displacement $\eta(t)$ and the alongshore component of velocity fluctuation $v(t)$.

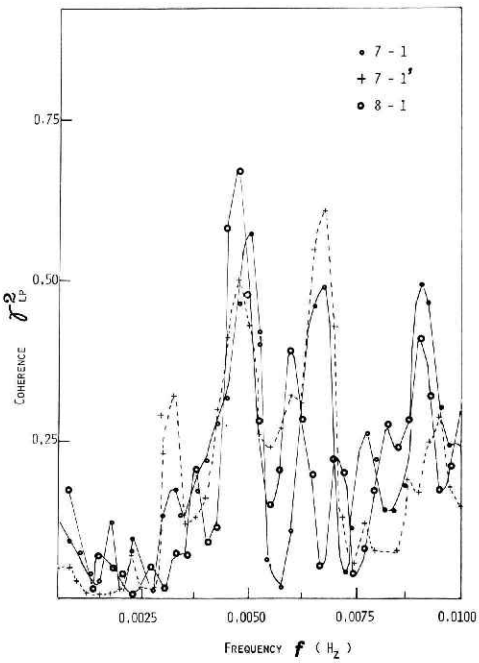

図 55　サーフ・ビートの水位変動 η と流れの岸に平行な成分 (v) との間のコーヒーレンス γ^2_{LP} の分布

Fig. 55 Coherence distribution $\gamma^2_{LP}(f)$ between surface displacement $\eta(t)$ due to surf beat and the alongshore component of velocity fluctuation $v(t)$. $\gamma^2_{LP}(f)$ is very large at the frequency f_1 of the energy spectral peak of surf beat $P_{LL}(f)$.

0.008 Hz) においては，水位変動 η と流れの岸に平行な成分 v とのコーヒーレンス γ^2_{LP} の値が小さく (図 55 参照)，水位変動 η と流れの岸に直角な成分 u とのコーヒーレンス γ^2_{LO} の値が大きい．これは，この周波数領域における運動が radiation stress の岸に直角な方向の分布の非一様性から生じたものであることの今一つの証拠となるものである．$f \fallingdotseq 0.0065$ Hz 近辺における水位変動 η と流れの v 成分とのコーヒーレンス γ^2_{LP} の値は，シリーズ (7-1), (7-1′) において，大きな値を示すのに，シリーズ (8-1) では，非常に小さく，かなり大きなピークが $f \fallingdotseq 0.006$ Hz 近辺に存在する．これは，入射波浪の特性の変化に伴って，radiation stress の岸に平行な方向の分布が変化したためと理解される．

今一つの重要なことは，水位変動の第1のピークの周波数 f_1 近辺における水位変動・流速変動・入射波浪の包絡線の関係である．水位変動 η と流れの岸に平行な成分 v とのコーヒーレンス γ^2_{LP} は，全シリーズにわたって小さい．サーフ・ビートの第2のピークの周波数 f_2 における $\gamma^2_{LP}(f_2)$ の大きな値とは際だった対象を見せている．図 53 に見るように，サーフ・ビートの第1のピークの周波数 f_1 の近辺においては，水位変動 η と流れの岸に直角な成分 u とのコーヒーレンス $\gamma^2_{LO}(f_1)$ の値も小さいが，$\gamma^2_{LP}(f_1)$ より若干大き目である．更に，図 50 に見るように，γ^2_{EL} の値も小さい．

以上の事柄から判断すると，このサーフ・ビートの第1のピークの周波数 f_1 の原因となっている水の運動が，岸の方から反射してきた長周期波であり，Tucker (1950) や Munk (1949) の考えたような入射波浪の群の大小に伴う質量輸送の時間変動によるものか，あるいは又，Longuet-Higgins and Stewart (1964) の考えたように radiation stress の入射波浪の波群の大小に伴なって進行してくる長周期波が岸で反射してきたものと考えれなくもない．しかしながら，図 47, 48 に見るように，この周波数領域における流れのエネルギーが，他の領域におけるより，一般的にずっと大きい．そのために，第2のピークに対応する成分と同じように，第1のピークに対応する成分の運動も，斜面上における海水の固有振動であるエッチ波であるのに，水位変動を伴わない流れの成分の大きさがエッチ波に伴

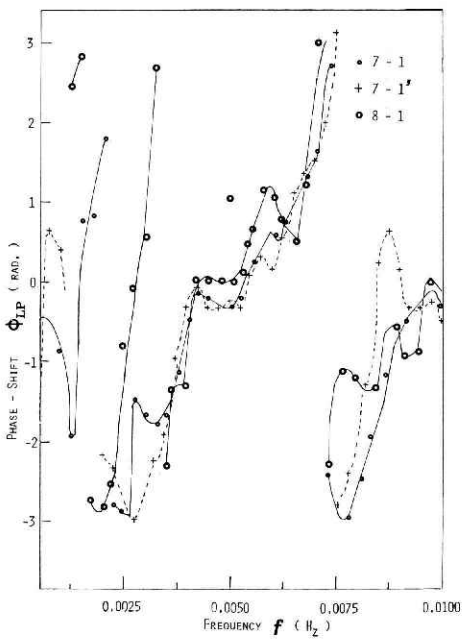

図 56　サーフ・ビートの水位変動 (η) と流れの岸に平行な成分 (v) との間の位相のずれ ϕ_{LP} の分布

Fig. 56　Phase-shift distribution $\phi_{LP}(f)$ between surface displacement $\eta(t)$ due to surf beat and the alongshore component $v(t)$.

う流速変動の大きさに比べて大きく $\gamma^2_{LP}(f_1)$ や $\gamma^2_{LO}(f_1)$ が小さいのかも知れない．我々はこの立場に立って議論を進める．

図 56 は，水位変動 η と流れの岸に平行な成分 v との位相のずれの分布 $\phi_{LP}(f)$ を示したものである．最も注目されるのは，サーフ・ビートの第2のピーク（エッヂ波に対応している）と推定されている近くの周波数領域における位相のずれ ϕ_{LP} が，非常にゼロに近いことである．シリーズによっては，−1 rad. 近くなるものがあるが，全体として，ゼロに近い．

さて，岸に trap さているエッヂ波の第 n 番目のモードのポテンシャル Φ は，

$$\Phi=\frac{ga_n}{\omega}L_n(2kx_1)e^{-kx_1}\cos kx_2\cos\omega t \tag{26}$$

と表わすことができる (Eckart, 1951)．ここに，g は重力加速度，a_n は，第 n モードの振幅，L_n は第 n 次の Laguerre の関数，k は岸に平行な x_2 方向の波数である．座標軸は図 58 に示してある．周波数 ω と波数 k との間には，分散関係が成り立っていて，

$$\omega^2=gk\sin(2n+1)s \tag{27}$$

である．s は一様斜面の傾斜角である．ポテンシャル流であるから，

$$u=\frac{\partial\Phi}{\partial x_1},\qquad v=\frac{\partial\Phi}{\partial x_2} \tag{28}$$

であり，更に線形近似を用いているので，

$$\eta=\frac{1}{g}\frac{\partial\Phi}{\partial t} \tag{29}$$

という関係がある．

よって，定在的なエッヂ波のときには，η, u, v の位相の関係は，

$$u\sim\Phi\,,\quad v\sim\Phi\ (\text{or}\ -\Phi)\,,\quad \eta\sim i\Phi\ (\text{or}\ -i\Phi)$$

となって，u と v は，海面上の測定点 (x_1, x_2) によって，同位相あるいは逆位相となり，η と u は，$\pi/2$ (又は $3\pi/2$) rad. の位相のずれを有し，η と v も $\pi/2$ (又は $3\pi/2$) rad. の位相ずれを持つということになる．

一方，進行性のエッヂ波のときには，ポテンシャル Φ が

$$\Phi=\frac{ga_n}{\omega}L_n(2kx_1)e^{-kx_1}e^{i(kx_2+\omega t)} \tag{30}$$

と表わすことができるので，

$$u\sim\Phi\,,\quad v\sim i\Phi\ (\text{or}\ -i\Phi)\,,\quad \eta\sim i\Phi\ (\text{or}\ -i\Phi)$$

となって，u と v は $\pi/2$ (又は $3\pi/2$) rad. の位相のずれを有し，η と u も同じく $\pi/2$ (又は $3\pi/2$) rad. の位相のずれを有し，η と v は同位相 (又は逆位相) ということになる．

我々の測定の結果では，サーフ・ビートの水位変動のスペクトル分布 $P_{LL}(f)$ の第2のピーク近辺においては，η と v の位相の差は，高い精度でゼロであった．上の議論からすると，この波は，岸に沿って**進行する**エッヂ波であると考えられる．サーフ・ビートの第1のピー

クの周波数の近辺における η と v とのコーヒーレンス γ^2_{LP} が小さ過ぎて，η と v の位相の関係がはっきりしないが，図 36 から $-\pi$ rad. に近いと言えないこともない．そうであるならば，前に推定したようにこの成分も進行性のエッヂ波ということになる．

図 57 は，流れの岸に平行な成分 v と，岸に直角な成分 u との間のコーヒーレンスの分布 $\gamma^2_{OP}(f)$ を示したものである．全てのシリーズにわたって，γ^2_{OP} の値は非常に小さい．これは，我々の対象としているスケールでは，沿岸に近い場所 ($x_2 \doteqdot 1$ km) における水の運動が，岸に平行な成分と，岸に直角な成分に分けられ，しかもそれ等が全く独立であるためと考えられる．このことが言えるのは，海底の等深線が海岸線にかなりな程度に平行であるからであることは当然である．

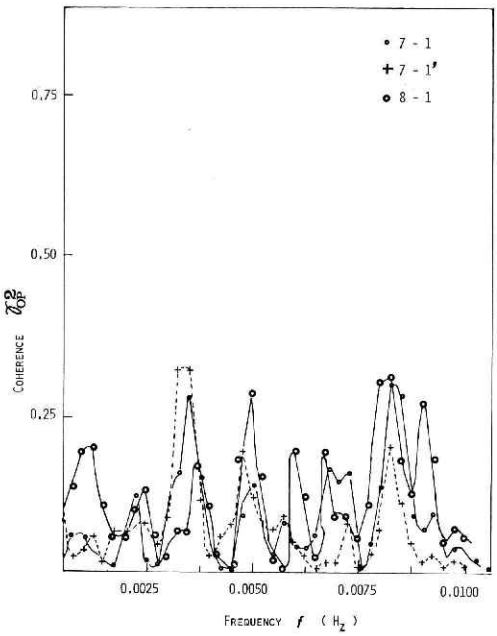

図 57　流れの岸に平行な成分 (v) と岸に直角な成分 (u) との間のコーヒーレンス γ^2_{OP} の分布

Fig. 57　Coherence distribution $\gamma^2_{OP}(f)$ between the offshore component $u(t)$ and the alongshore component $v(t)$ of velocity fluctuation. It is remarkable that coherence $\gamma^2_{OP}(f)$ is very small in an entire frequency domain.

7.　入射波浪に伴うエッヂ波

波浪が沿岸地帯に入射してきてエッヂ波を発生する現象を定量的に考察することにする．図 58 に示すように，沖合いの x_1 正の方向から，波浪が入射してきて，砕波点 $x_1=x_{b1}$ で波が砕け始め，海岸線 $x_1=0$ で完全に消滅する．x_3 軸を鉛直上方に取り，$x_3=0$ を平均水面に一致させる．海底地形を $x_3=-h(x_1, x_2)$ で表わす．水の運動を支配する方程式を書き下そう．まず運動量の保存則は，

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p^*}{\partial x_i}+\nu\nabla^2 u_i+F_i\,,\qquad i=1,2,3 \quad (31)$$

と書ける．ここに，(u_i) は流速ベクトルであり，u_1 は今までの記号 u と，u_2 は v と同一のものである．ρ は，水の密度，

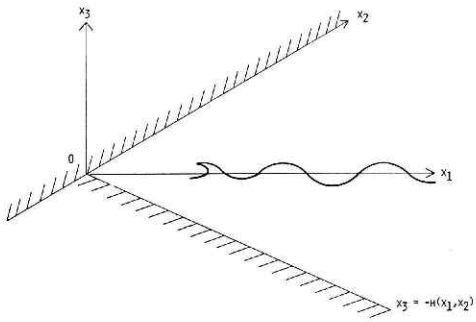

図 58　沿岸域における力学過程を考察するために採った座標系

Fig. 58　Coordinates system taken in an analysis of dynamical processes near surf zone.

$(F_i)=\boldsymbol{F}$ は外力，p^* は水圧 p から静水圧 $(-\rho g x_3)$ を引いたもの，すなわち，

$$p^*=p+\rho g x_3 \tag{32}$$

である．水を非圧縮すると連続の条件は，

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}=0 \tag{33}$$

となる．自由表面 $x_3=\eta(x_1, x_2)$ における境界条件は，力学的な条件 $p_{x_3=\eta}=p_a$ から，

$$p^*_\eta-\rho g\eta=p_a \tag{34}$$

が得られ，運動学的条件は，

$$\frac{\partial\eta}{\partial t}+u_\alpha\frac{\partial\eta}{\partial x_\alpha}=u_3 \tag{35}$$

となる．ここに，p_a は海面上での大気の圧力であり，α は 1, 2 のいずれかである．水底 $x_3=-h(x_1, x_2)$ における境界面を通過しての流れがないという条件は，

$$u_\alpha\frac{\partial h}{\partial x_\alpha}+u_3=0\,, \qquad \text{at} \quad x_3=-h \tag{36}$$

である．我々は，入射波浪を駆動力として生ずる運動に着目しているので，以後は，外力を考えず，$\boldsymbol{F}=0$ とする．

入射波浪の周期 $T^{(s)}_{1/10}$ と，サーフ・ビートの周期 $T^{(l)}_{1/3}$ を比べると，I でも示したように，

$$\mathrm{O}(T^{(s)}_{1/10})=10\ \mathrm{sec}\,, \qquad \mathrm{O}(T^{(l)}_{1/3})=200\ \mathrm{sec}$$

であるから，$T^{(s)}_{1/10}\ll T^{(l)}_{1/3}$ である．上に求めた方程式に対して，$T^{(s)}_{1/10}\ll T_m\ll T^{(l)}_{1/3}$ となるような時間 T_m にわたる平均化を行って，サーフ・ビートを規定する運動方程式を導こう．

場の変数 Ω（流速 u，圧力 p，水位変動 η など）は，

$$\Omega=\bar{\Omega}+\tilde{\Omega}+\Omega' \tag{37}$$

と分解される．ここに，$\bar{\Omega}$ は，時間スケールが T_m よりずっと大きいような平均的運動に関するものであり，$\tilde{\Omega}$ は，サーフ・ビートと同じ時間スケールの運動に関するものである．先に我々が示したように，代表的な周期が T_m の運動には，主として三つのものがあった．一つは，当面の考察の対象となっているサーフ・ビート（沿岸に trap されているもの），二つ目は，水位の変動を伴わない流れのみの運動（内部波も含まれる），三つ目は，入射波浪の波群の高低の進行と共に伝わる一種の強制波である (Longuet-Higgins and Stewart 1964). 併岸流 (longshore current) や離岸流 (rip current) は，第 2 の部類の運動形態である．これらモードの運動の間には，大かれ少なかれ，相互に干渉が存在し，全体としての平衡が維持されているであろう．ここでは，しかしながら，問題を簡単にするために，時間スケールが T_m の運動として，海岸に trap されていて，サーフ・ビートの水位変動の主要素となっている運動のみを考察することにする．Ω' で表わされる運動の周期は，入射波浪の周期 $T^{(s)}_{1/10}$ あるいは，それ以下とするので，Ω' は波浪に伴う運動の外に，砕波によって発生する乱れを

も表わすことになる．この種の運動に伴う応力の時間的・空間的な不均一を駆動力として，サーフ・ビート等の準平均的な沿岸における水の運動が引き起こされていると思われる．準平均的な運動に関する量 $\tilde{\Omega}$ と，平均的な運動に関する量 $\bar{\Omega}$ の間には，相互作用がないとは言えないが，ここでは，考察の対象としない．よって，$\bar{\Omega}=0$ とする．かくて，

$$\begin{aligned} u_i &= \tilde{u}_i + u_i' \\ \eta &= \tilde{\eta} + \eta' \\ p^* &= \widetilde{p^*} + p^{*\prime} \end{aligned} \tag{38}$$

と書ける．上に記した運動方程式，境界条件の式に，(38) 式の分解を施して，時間 T_m にわたる平均操作を施こす．運動方程式は，

$$\frac{\partial}{\partial t}\tilde{u} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \widetilde{p^*}}{\partial x_i} - \widetilde{u_j' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}} + \nu \nabla^2 \tilde{u}_i \tag{39}$$

となる．粘性項 $(\nu\nabla^2\tilde{u}_i)$ は radiation stress 項 $(-\widetilde{u_j'\partial u_i'/\partial x_j})$ に比べて無視できるので，(38) 式は，

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \widetilde{p^*}}{\partial x_i} - \frac{\partial \widetilde{u_i' u_j'}}{\partial x_j} \\ &= \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \qquad \tau_{ij} = -\left(\frac{1}{\rho}\widetilde{p^*} + \widetilde{u_i' u_j'}\right) \end{aligned} \tag{40}$$

となる．ここで τ_{ij} は Hasselmann (1971) によって interaction stress と名付けられた量である．

連続の条件は，

$$\frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} = 0 \tag{41}$$

となることがすぐわかる．

自由表面における力学的条件は，本来ある瞬間における波面 $x_3=\eta$ においてしか成り立たないのであるが，解析接続して，準平均的な自由表面 $x_3=\tilde{\eta}$ においても成り立つとすると，

$$\widetilde{p^*_{\tilde{\eta}}} = p_a$$

となり，我々は，大気の運動に伴う水の運動を考えているわけではないので，p_a が波面上で一様と考え，$p_a=0$ と置く．

$$\widetilde{p^*_{\tilde{\eta}}} = 0 \tag{42}$$

運動学的な条件に平均化を施すと，

$$\frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial t} + \tilde{u}_\alpha \frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial x_\alpha} - \tilde{u}_3 = -\frac{\partial M_\alpha}{\partial x_\alpha}, \qquad \text{at} \quad x_3 = \tilde{\eta} \tag{43}$$

となる．ここに，M_α は，

$$M_\alpha = \widetilde{\int_{\tilde{\eta}}^{\tilde{\eta}+\eta'} u_\alpha dx_3} \tag{44}$$

であって，入射波浪の波群の高低に伴う質量輸送 (wave mass transport) である．この M_α は，準平均的な運動に伴なう鉛直上方の質量輸送を補う働きをしている (Hasselmann, 1971).

水底 $x_3=-h(x_1, x_2)$ における条件は，

$$\tilde{u}_3+\tilde{u}_\alpha\frac{\partial h}{\partial x_\alpha}=0\,, \qquad \text{at} \quad x_3=-h \tag{45}$$

であることがすぐわかる．

ここまでは，非常に一般的な情況に対応するものであり，併岸流，離岸流などもこれ等の方程式で取り扱うことができる．我々は，サーフ・ビートの第2のピークが進行性のエッヂ波に対応することを見てきた．そして，その波高が，入射波浪がある程度以上大きくなっても，ある限界以上には大きくならず，平衡値を持つことを知った．これは，風浪の場合と同じように，非線形効果のためかも知れない．あるいは，エッヂ波に対する海底摩擦の効果かも知れない．ここでは，しかしながら，線形近似の成り立つ範囲に議論を限ることにする．

波高の小さいとき，線形長波の近似が使えるので，上で得た方程式を鉛直に積分し，簡単化しよう．まず連続の式 (41) は，

$$\frac{\partial Q_1}{\partial x_1}+\frac{\partial Q_2}{\partial x_2}+\int_{-h}^{\tilde{\eta}}\frac{\partial u_3}{\partial x_3}dx_3=0 \tag{46}$$

となる．ここに，Q_α $(\alpha=1, 2)$ は，水平方向の輸送量であって，

$$Q_\alpha=\int_{-h}^{\tilde{\eta}}\tilde{u}_\alpha dx_3 \tag{47}$$

である．(46) 式の第3項は，(43) 式，(45) 式を使うと，

$$\begin{aligned}\int_{-h}^{\tilde{\eta}}\frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial x_3}dx_3&=\frac{\partial\tilde{\eta}}{\partial t}+\tilde{u}_\alpha\frac{\partial\tilde{\eta}}{\partial x_\alpha}+\frac{\partial M_\alpha}{\partial x_\alpha}-u_\alpha(-h)\frac{\partial h}{\partial x_\alpha}\\&\fallingdotseq\frac{\partial\tilde{\eta}}{\partial t}+\frac{\partial M_\alpha}{\partial x_\alpha}-u_\alpha(-h)\frac{\partial h}{\partial x_\alpha}\end{aligned}$$

となり，(46) 式は，

$$\begin{aligned}\frac{\partial\eta}{\partial t}+\frac{\partial Q_1}{\partial x_1}+\frac{\partial Q_2}{\partial x_2}&=u_\alpha(-h)\frac{\partial h}{\partial x_\alpha}-\frac{\partial M_\alpha}{\partial x_\alpha}\\&\fallingdotseq-\frac{\partial M_\alpha}{\partial x_\alpha}\end{aligned} \tag{48}$$

となる．今後は，混乱の恐れがないので，～ の印は付けないことにする．なお，以後の取り扱いの簡単のために，

$$-\frac{\partial M_\alpha}{\partial x_\alpha}=G_1 \tag{49}$$

と置くことにする．

次いで，運動方程式 (40) に対して，鉛直方向の積分操作を施こす．長波近似の下では，

$$\widetilde{p^*}=p_w+\rho g\eta \tag{50}$$

である．ここに p_w は，入射波浪に伴う圧力であって，(任意の水平面 $x_3=x_3'$ を通しての鉛直方向の運動量束)=(平均水面 $x_3=0$ から面 $x_3=x_3'$ までの水の重さ)=(静水圧) であるので，

$$\widetilde{p+pu_3'^2}=-\rho g x_3=p_0$$

すなわち，

$$p_w=-\rho\tilde{u}_3'^2 \tag{51}$$

となる．(Longuet-Higgins and Stewart, 1964)．これ等の事柄を用い，更に，

$$|\eta|\ll h \tag{52}$$

と仮定すると，

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_1}{\partial t}+gh\frac{\partial\eta}{\partial x_1}&=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_1}(S_{33}-S_{11})-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_2}S_{12}+\frac{1}{\rho}\tau_S^{(1)}-\frac{1}{\rho}\tau_b^{(1)}\\ \frac{\partial Q_2}{\partial t}+gh\frac{\partial\eta}{\partial x_2}&=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_2}(S_{33}-S_{22})-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_1}S_{12}+\frac{1}{\rho}\tau_S^{(2)}-\frac{1}{\rho}\tau_b^{(2)}\end{aligned} \tag{53}$$

を得る．ここに，S_{ij} は，

$$S_{ij}=\int_{-h}^{\tilde{\eta}}\widetilde{u_i'u_j'}dx_3 \tag{54}$$

であって，入射波浪に伴う Reynolds stress の鉛直積分である．我々は，砕波帯までも含めて考えているので，砕波帯内の乱れも，S_{ij} に大きく寄与するものと考えなければならない．しかし，S_{ij} をしばしば radiation stress ということにする．又，τ_S, τ_b は，

$$-\rho\widetilde{(u_\alpha'u_3')}_\eta=\tau_S^{(\alpha)}\,,\qquad -\rho\widetilde{(u_\alpha'u_3')}_{-h}=\tau_b^{(\alpha)} \tag{55}$$

であって，それぞれ，波面および海底における‘乱流’接線応力である．(53) 式の右辺を，

$$\begin{aligned}&\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_1}(S_{33}-S_{11})-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_2}S_{12}+\frac{1}{\rho}\tau_S^{(1)}-\frac{1}{\rho}\tau_b^{(1)}=G_2\,,\\ &\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_2}(S_{33}-S_{22})-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_1}S_{12}+\frac{1}{\rho}\tau_b^{(2)}-\frac{1}{\rho}\tau_b^{(2)}=G_3\end{aligned} \tag{56}$$

と置くと，(53) 式は，

$$\begin{aligned}&\frac{\partial Q_1}{\partial t}+gh\frac{\partial\eta}{\partial x_1}=G_2\,,\\ &\frac{\partial Q_2}{\partial t}+gh\frac{\partial\eta}{\partial x_2}=G_3\end{aligned} \tag{53'}$$

となる．

このような浅海近似は，$x_1\to\infty$ において当然妥当なものでなくなり，エッヂ波に対する非線形効果を考えるときには，注意深く検討する必要がある (Witham, 1976).

以上で定式化が完了した．式 (48), (53′) が，三つの未知数 η, Q_1, Q_2 に対する三つの連

立方程式となっている．非同次項 G_1, G_2, G_3 は，入射波浪に伴う mass transport および momentum transport に関係している．Reynolds 応力項 S_{ij} が駆動力となり，水底摩擦項 τ_b が抑制力となっている．大気の運動との相互作用を考えないときには，非同時項 G_2, G_3 の内，表面力項 τ_S は無視できる．なお，(48), (53′) 系において運動を x_1 方向のみに制限し，radiation 応力項のみを非同次項で残すと，Longuet-Higgins and Stewart (1964) がサーフ・ビートの発生を論じたときに用いた方程式が得られる．以後の解析は，Reid (1958) に沿って行われる．Reid は，エッヂ波の振舞に対するコリオリ力の影響を考察した．したがって，取り扱った方程式も (53′) において，$-\lambda Q_2$, λQ_1, がそれぞれ左辺に入った形であった．ここに λ はコリオリパラメーターである．ただ，異なるのは，連続の方程式に wave mass transport 項 M_α が入っていない点である．又，駆動力として，彼の場合には，大気の運動を考えているので，大気の圧力分布と，表面における接線応力が取り入れられている．

境界条件としては，岸 ($x_1=0$) において，岸方向の流束がゼロであるということ，

$$Q_1=0 \qquad \text{at} \quad x_1=0 \tag{54}$$

および

$$Q_\alpha,\ \eta \to 0 \qquad \text{at} \quad x_1,\ |x_2|=\infty \tag{55}$$

を課すことにする．(55) の境界条件は，有限時間範囲における，駆動力 (G_1, G_2, G_3) に伴って発生する水の運動の状態を調べるという目的にかなったものである．初期条件としては，

$$\left.\begin{array}{l} Q_\alpha=Q_{\alpha 0}\,, \\ \eta=\eta_0 \end{array}\right\} \qquad \text{at} \quad t=0 \tag{56}$$

を採用することにする．

固有解を

$$\eta=H\,, \qquad Q_1=U\,, \qquad Q_2=V$$

とすると，(48) 式，(53′) 式から，Reid (1958) と全く同じく

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial U}{\partial x_1}+\frac{\partial V}{\partial x_2}=0\,, \tag{57}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}+gsx_1\frac{\partial H}{\partial x_1}=0\,, \tag{58}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+gsx_1\frac{\partial H}{\partial x_2}=0\,, \tag{59}$$

を得る．ここで，我々は，簡単のために，海底地形を，

$$h(x_1,\ x_2)=sx_1\,, \qquad s\ll 1 \tag{60}$$

とした．境界条件は，(54), (55) から，

$$\begin{aligned} &U=0\,, \qquad \text{at} \quad x_1=0\,, \\ &H,\ U,\ V\to 0\,, \qquad \text{at} \quad x_1=\infty \end{aligned} \tag{61}$$

となる．固有解を

$$
\begin{aligned}
H&=H^*(x_1;k,\omega)\exp\{i(kx_2+\omega t)\}\\
U&=U^*(x_1;k,\omega)\exp\{i(kx_2+\omega t)\}\\
V&=V^*(x_1;k,\omega)\exp\{i(kx_2+\omega t)\}
\end{aligned}
\tag{62}
$$

と置くと，(57)～(59) 式から，

$$i\omega H^*+\frac{dU^*}{dx_1}+ikV^*=0\ , \tag{63}$$

$$i\omega U^*+gsx_1\frac{dH^*}{dx_1}=0\ , \tag{64}$$

$$i\omega V^*+gsx_1(ik)H^*=0 \tag{65}$$

を得る．又，境界条件は，(61) 式から，

$$
\begin{aligned}
&U^*=0 \quad \text{at} \quad x_1=0\ ,\\
&H^*,\ U^*,\ V^*\to 0\ , \quad \text{at} \quad x_1=\infty
\end{aligned}
\tag{66}
$$

となる．(64), (65) から，

$$U^*=-\frac{gsx_1}{i\omega}\frac{dH^*}{dx_1}\ , \tag{67}$$

$$V^*=-\frac{gsx_1k}{\omega}H^* \tag{68}$$

であるから，(63) 式にこれ等を入れて，H^* のみに対する方程式を得る．

$$\frac{d}{dx_1}\left(x_1\frac{d}{dx_1}H^*\right)+(\kappa-k^2x_1)H^*=0 \tag{69}$$

ここに，

$$\kappa=\omega^2/gs \tag{70}$$

である．境界条件は，(66) から，

$$H^*(0)=\text{有限} \qquad H(\infty)=0 \tag{71}$$

境界条件 (71) を満たす (69) の解は，

$$H^*=a_nq_n(\xi)\ , \qquad \xi=2\,|\,k\,|\,x_1 \tag{72}$$

である (Reid, 1958)．ここに，$q_n(\xi)$ は，n 次の Laguerre の関数

$$q_n(\xi)=\frac{e^{-\xi/2}}{n!}\quad L_n(\zeta) \tag{73}$$

である．ちなみに，

$$
\begin{aligned}
L_0&=1\ ,\\
L_1&=1-\zeta
\end{aligned}
$$

などであり，この解 $q_n(\zeta)$ は，沖合いに向って振幅が急激に減少し，岸に沿って進行する波を表わしている．このように，我々はサーフ・ビートをエッヂ波として解釈するわけである．Gallagher (1971) も同じように考えたが，彼の場合には，入射波浪の非線形効果を駆動力と

して発生するエッヂ波であって，この点 Bowen (1969) の rip current の生成を入射波浪の非線形効果によって説明をしているやり方と同じである．Bowen の場合には，発生するエッヂ波の周期が入射波浪の周期の半分になっており，我々の場合のように，1けた近くの差のある場合とは大部情況が異なっている．サーフ・ビートの周期に比べて入射波浪の周期が数倍から10倍になるのは，高橋ら (1971)，合田 (1975) および Munk (1949) らの従来の報告においてすべて共通することである．しかしながら，前に述べたように，入射波浪の波群の高低に伴って，Longuet-Higgins and Stewart (1964) のメカニズムでスペクトル幅の広い長周期の水位変動が発生している．この波を Bowen の考えた入射波とし，これと coupling するエッヂ波としてサーフ・ビートを解釈することが考えられる．しかしこのエッヂ波のスペクトル密度は，入射波のスペクトル密度に比例すると考えられるので，我々の測定におけるように，卓越した二つのピークを持つことができないであろう．よって，leaky mode と trapped mode との干渉という機構によって，サーフ・ビートの発生を理解することには無理があると考えられる．

また，固有値として，

$$\kappa=(2n+1)\,|\,k\,|$$

すなわち

$$\omega^2=(2n+1)gs\,|\,k\,|$$

を得る．この関係は，より一般的な分散関係 (27) 式から，$s\ll 1$ としても得られる．又，よく知られているように，Laguerre の関数 $\{q_n(\xi)\}$ は，次数の異なるもの同志が直交する．すなわち，

$$\int_0^\infty q_n(\xi)\,q_n(\xi)d\xi=\delta_{nm} \tag{76}$$

が成り立つ．ここに，δ_{nm} はクロネッカーのデルタ記号である．これを用いると，固有関数 $(H^*,\ U^*,\ V^*)$ に関する直交関係，

$$\int_0^\infty\left\{\frac{1}{gsx_1}(U_n^*U_n^{*C}+V_n^*V_m^{*C})+H_n^*H_m^{*C}\right\}dx_1=\delta_{nm}\frac{1}{|\,k\,|} \tag{77}$$

が得られる．ここに，C は複素共役であることを表わす．以上の事柄の大部分は，Reid (1958) の導いた結果で $\lambda=0$ とすれば得られる．

次いで，非同時項を考えた強制問題の考察に移ろう．固有解の集合が完全であるので，初期値 (54)，(55) を満たし，非同時項 (G_1, G_2, G_3) を持った方程式 (48)，(53′) の解 (η, Q_1, Q_2) は，

$$\begin{aligned}\eta&=\sum_{n=0}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}A_n(k,t)\,H_n(x_1,x_2,t;k)dk\\ Q_1&=\sum_{n=0}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}A_n(k,t)\,U_n(x_1,x_2,t;k)dk\\ Q_2&=\sum_{n=0}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}A_n(k,t)\,V_n(x_1,x_2,t;k)dk\end{aligned} \tag{78}$$

と表わせるはずである．直交関係 (77) を用いると，

$$A_n(k,t)=a_n(k)+\int_0^t M_n(k,t')dt' \tag{79}$$

となる．ここに，

$$A_n(k)=\frac{1}{2\pi\,|\,k\,|}\int_{-0}^{\infty}dx_2\int_0^{\infty}\left\{\frac{1}{gsx_1}(U_n^{*C}Q_{10}+V_n^{*C}Q_{20})+H_n^{*C}\eta_0\right\}e^{-kx_2}dx_1 \tag{80}$$

であり，これは初期状態による影響を表わしている．又，

$$M_n(k,t)=\int_{-\infty}^{\infty}dx_2\int_0^{\infty}\left[\frac{1}{gsx_1}\{U_n^C(x_1,x_2,t;k)G_2(x_1,x_2,t)+V_n^C(x_1,x_2,t;k)G_3(x_1,x_2,t)\}\right.$$
$$\left.+H_n^C(x_1,x_2,t;k)G_1(x_1,x_2,t)\right]dx_1 \tag{81}$$

を得る．

さて，

$$G_i=g_i(x_1)e^{i(lx_2+\sigma t)} \tag{82}$$

と置けるときには，

$$M_n(k,t)=e^{i(\delta-\omega_n)t}\int_{-\infty}^{\infty}e^{i(l-k)x_2}dx_2\int_0^{\infty}\left\{\frac{1}{gsx_1}(U_n^{*C}g_2+V_n^{*C}g_3)+H_n^{*C}g_1\right\}dx_1$$
$$=e^{i(\sigma-\omega_n)t}2\pi\delta(l-k)\Xi_n \tag{83}$$

となる．ここに，δ はディラックのデルタ関数であり，

$$\int_0^{\infty}\left\{\frac{1}{gsx_1}(U_n^{*C}g_2+V_n^{*C}g_3)+H_n^{*C}g_1\right\}dx_1=\Xi_n \tag{84}$$

と置いた．

radiation stress 項 (g_2, g_3) には $(1/x_1)$ がかかっているので，これのかかっていない mass transport 項に比べて，より岸側での値が積分 Ξ_n に効いてくるように見えるが，(67), (68) 式からわかるように，U_n, V_n は H_n (あるいは dH_n/dx_1) に x_1 のかかった形で表わされているので，そのようなことはなく，積分 (84) に対する効き方に差はない．(83) 式を (79) 式に入れると，

$$A_n(k,t)=a_n(k)+2\pi\delta(l-k)\Xi_n\int_0^t e^{i(\sigma-\omega_n)t'}dt'$$

となる．a_n は初期状態によって決まる量であるので，強制問題を取り扱うここでは，考えないことにする．

右辺第2項の積分項が，

$$\int_0^t e^{i(\sigma-\omega_n)t'}dt'=\begin{cases}\dfrac{1}{i(\sigma-\omega_n)}(e^{i(\sigma-\omega_n)t'}-1)\,, & \sigma=\omega_n \text{ のとき}\\ & \sigma\neq\omega_n \text{ のとき}\end{cases}$$

となるので，強制項と共鳴する，すなわち，

$$\omega_n=\sigma\,,\qquad k=l$$

となるエッヂ波が，大きくなり得ることがわかる．この条件を満たさないエッヂ波の振幅は，時間と共に大きくなることはなく，ただ入射波浪に伴う Reynolds 応力項 Ξ_n に比例するのみである．我々の測定結果が示すように，サーフ・ビートの水位変動のスペクトル分布には，幾つかの卓越したピークがあった．そして，それに見合った入射波浪の波群のスペクトルピークが存在しなかった．これ等のことを考えると，卓越したサーフ・ビートのスペクトルのピークは，入射波浪に伴う Reynold 応力の分布を原因とし，共鳴機構によって発達したエッヂ波であると言える．包絡線のパワー・スペクトルの分布 $P_{EE}(f)$ を見てもわかるように，Reynolds 応力の周波数分布は，入射波浪が非常に狭いスペクトル幅を持っているときにも，我々の考察の対象としている周波数範囲においてかなり平坦であるので，G_i の周波数分布（(82) 式では (l,δ) 成分のみを抜き出している）も，かなり平坦なものと考えられる．したがって，卓越するエッヂ波を選択するのは，Reynolds 応力の岸に平行な方向の変化の波数 l ということになる．そして，入射波浪の状態（主入射方向 $\bar{\theta}$，方向分散度 ϕ，斜面の傾角 s）によって，

$$l_1,\ l_2,\ l_3,\ \cdots$$

なる Reynolds 応力の卓越波数が決まるものと思われる．

I で示したように，サーフ・ビートの水位変動の大きさ $H^{(l)}$ は，入射波浪の大きさ $H^{(s)}$ によって決まっていた．これは，サーフ・ビートの主構成要素であるエッヂ波の振幅が，駆動力たる入射波浪の作用によって無限に大きくなるのではなく，何らかの抑止力が働いて，一定の大きさを保っているからと考えられる．抑止力として，まず思い浮かぶのは，摩擦力である．たとえば，よく知られているように，振動系に速度に比例する摩擦力が働いているとき，周期的に変化する外力に対して，定常振動が存在し，その振幅は，自由振動数と外力の振動数が等しいとき最大となる．我々の場合，サーフ・ビートの水位変動のエネルギー・スペクトルにおいて，第1，第2のピークの大きさが，概略，入射波浪の大きさによって決まっていた．これ等の事柄からすると，抑止力として，摩擦力を考えるのは妥当なものと考えられる．

入射波浪に伴う radiation stress 分布 S_{ij}，wave mass transport M_α に共鳴しているエッヂ波 (σ, l) が定常振動しているとすれば，

$$\frac{d}{dt}A_n(\sigma,\ l,\ t)=0 \tag{85}$$

である（共鳴条件 $\omega_n=\delta,\ k=l$）．第 (56) 式において，水底摩擦力 $\tau_b^{(\alpha)}$ は，入射波浪に伴うもの $(-\rho\widetilde{u'_\alpha u'_3})_{-h}$ であったが，(39) 式の粘性項を無視しなければ，$\nu(\partial\tilde{u}_i/\partial x_3)$ の形の粘性力が残ってくる．長波近似を使い，しかも乱れの強い流れのある状態のときの乱流摩擦力は，未だ，十分に明らかにはされていない．今，水底摩擦力を考えに入れて式 (56) の非同次項

G_i を，

$$G_i = G_{iw} + G_{ib} \tag{86}$$

と表わす．G_{iw} は，入射波浪に関係する S_{ij} のみを含むものであり，G_{ib} は水底摩擦（乱流）に関する項である．(85) 式から，

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \int_0^{\infty} \frac{1}{gsx_1}(U_n^c G_{2w} + V_n^c G_{3w}) + H_n^c G_{1w}\Big\} dx_1$$
$$= -\int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \int_0^{\infty} \frac{1}{gsx_1}(U_n^c G_{2b} + V_n^c G_{3b}) + H_n^c G_{1b}\Big\} dx_1 \tag{87}$$

を得る．エッヂ波に対する抵抗法則を

$$\tau_b^{(\alpha)} \sim C\,|\,Q_i^{(\alpha)}\,|^n$$

とすると，$S_{ij} \sim (H^{(s)})^2$ であるから，

$$(H^{(s)})^2 \sim (Q_i^{(\alpha)})^n \sim (H^{(l)})^n$$

となって，実験結果 $H^{(l)} \sim (H^{(s)})^{1.5}$ を使うと，$n=4/3$，すなわち，エッヂ波に対する摩擦法則として，

$$\tau_b \sim C Q_i^{(\alpha)} \sqrt[3]{|\,Q_i^{(\alpha)}\,|} \tag{88}$$

を得ることになる．この形は，一般に広く用いられるものではない．しかし，長波，とくにエッヂ波に対する摩擦法則が未確定の現状においては，(87) 式で表わされる摩擦力表示を一概に退ける理由はない．Bowen (1969) は，流速 $\tilde{u}_i$ に比例する形を仮定し，Longuet-Higgins (1970) は，沿岸流の計算において，Kajiura (1964) は波に対する摩擦力の計算において，一般によく用いられる Chezy の形，$\tau_b \sim \tilde{u}_i\,|\,\tilde{u}_i\,|$ を使っている．又，Gallagher (1971) は，エッヂ波に対するポテンシャル Φ に線形に依存する $\varepsilon\partial\Phi/\partial t$ なる形を仮定している．上に用いた，$H^{(l)}$ と $H^{(s)}$ との 1.5 乗則の代りに，Munk (1949) や Tucker (1950) 等の 1 乗則，

$$H^{(l)} \sim H^{(s)}$$

を使うと，

$$\tau_b \sim Q_i^{\Gamma}\,|\,Q_i\,|$$

という Chezy の形が，エッヂ波に対する摩擦法則として導かれる．入射波浪が小さいときには，$H^{(l)} \sim H^{(s)}$ としても十分よく実験データを合わすことができる．よって，次のようにも考えられる．すなわち，エッヂ波が小さいときは，Chezy の法則が成り立っており，エッヂ波が大きくなると，ある種の非線形効果が大きくなって，見掛け上 Chezy の法則からずれて 4/3 乗則 (88) 式になる．

図 39 にみるように，サーフ・ビートの水位変動のエネルギー・スペクトル密度分布 $P_{LL}(f)$ の第 2 のピークの大きさは，駆動力の原因である入射波浪の大きさ $H_{1/10}^{(s)}$ が極大値を取る前に飽和してしまう．これは，単純な摩擦力 $\tau_b \sim Q_i^n$ の導入によっては説明ができな

い．何らか別のエネルギー吸収のメカニズムを考えなければならない．

Guza and Bowen (1976) は，trapped mode のエッヂ波と沖合いに向って進行する波との非線形干渉によって，エッヂ波の大きさが一定に保たれるという説を提示した．上に示したように，入射波浪の群速度を持った長波が確かに存在する．この波が波浪の砕波によって沖合いに放射されるのならば，Guza らの考えた状況が揃うことになる．しかし，エッヂ波が有限の大きさに抑えられるのを，彼等の提示したメカニズムによるものであると断定するには，幾つかの検討がなされねばならないであろう．

8. 議　　論

さて高周波域に，入射波浪の包絡線とよい対応を示す水位変動成分 η_R が存在することを知った．この成分の大きさが入射波浪の波群の波高の変化につれて，どのように変わるかを調べてみよう．$f=0.00775\sim0.00925$ Hz の区間における包絡線と水位変動のコーヒーレンス γ^2_{EL} のピークに対応する周波数を f_R とすると，入射波浪の波群に関係する周波数 f_R の水位変動のパワー・スペクトル密度は，$\gamma^2_{EL}(f_R)P_{LL}(f_R)$ である．今

$$\gamma^2_{EL}(f_R)P_{LL}(f_R)=P^{(R)}_{LL}(f_R) \qquad (90)$$

として，$P_{EE}(f_R)$ と $P^{(R)}_{LL}(f_R)$ の関係を調べることにする．表3は，各シリーズにおける必要なデータを示したものである．図59が，包絡線のパワー・スペクトル密度 $P_{EE}(f_R)$ と，波浪の波群に直接関係する長周期波の成分のパワー・スペクトル密度 $P^{(R)}_{LL}(f_R)$ との関係を示したものである．この図を見ると，かなり点がバラツクものの，

$$P^{(R)}_{LL}\fallingdotseq 0.11P^2_{EE} \qquad (91)$$

という関係があることがわかる．これを，水位変動の振幅 η_R に対する表示に直すと

$$\eta_R\fallingdotseq -0.33a^2$$

となる．マイナス符号は長周期波と波浪の包絡線とが逆位相になっていることにより付けたものである．この結果を Longuet-Higgins and Stewart (1964) の予想（式(23)）と比較して見よう．入射波浪 $T^{(s)}$ の周期が若干変動するが，$T^{(s)}=15$ sec とし

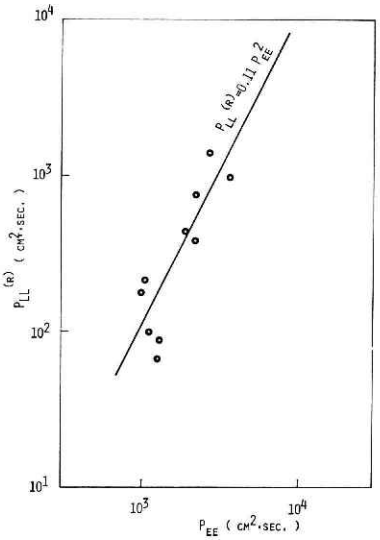

図 59　P_{LL} と P_{EL} との関係

Fig. 59 Relation between $P_{EE}(f_R)$ and $P_{LL}(f_R)$. Data shows approximate relation $P^{(R)}_{LL}(f_R)=0.11\,P^2_{EE}(f_R)$. The relation can be translated with reference to the result of phase-shift ϕ_{EL} as $\eta_R=-0.33a^2$, where η_R, a are long wave elevation and amplitude of incident swell, respectively. The result shows remarkable agreement with the prediction of Longuet-Higgins and Stewart (1964).

表 3　高周波域において，γ^2_{EL} のピークとなる周波数における P_{EE} と P_{LL} 等の大きさ
Table 3　Values of spectral density $P_{EE}(f_R)$, $P_{LL}(f_R)$ and coherence $\gamma^2_{EL}(f_R)$ at the frequency f_R where the distribution $\gamma^2_{EL}(f)$ shows a maximum in a higher frequency region. $P^{(R)}_{LL}(f_R)=\gamma^2_{EL}(f_R)\cdot P_{LL}(f_R)$ is a contribution to the energy spectral density of $\eta(t)$ from the long wave due to the radiation stress S_{11} of incoming swell (Longuet-Higgins and Stewart, 1964).

Series	f_R	$P_{EE}(f_R)$	$P_{LL}(f_R)$	$\gamma^2_{EL}(f_R)$	$P^{(R)}_{LL}(f_R)$
	(Hz)	(cm²·sec.)	(cm²·sec.)		(cm²·sec.)
7—1	0.00800	1050	490	0.43	210
7—1′	0.00825	1000	414	0.43	180
7—2	0.00800	1320	224	0.39	87
7—3	0.00850	1860	1290	0.34	440
8—1	0.00925	2180	1710	0.44	750
8—2	0.00825	2660	2850	0.49	1400
8—3	0.00800	3570	1790	0.54	970
8—4	0.00800	2220	1110	0.33	370
8—5	0.00775	1120	210	0.46	97
8—6	0.00800	1250	167	0.39	66

て計算する．$h=20$ m として，群速度 c_g は，

$$c_g=\frac{1}{2}c\left(1+\frac{2kh}{\sinh 2kh}\right),\qquad c^2=\frac{g}{k}\tanh kh$$

から，$c_g \doteqdot 0.32g/k$ であり，radiation stress S_{11} は，

$$S_{11}=E\left(\frac{1}{2}+\frac{2kh}{\sinh 2kh}\right),\qquad E=\frac{1}{2}\rho g a^2$$

であるので (Longuet-Higgins and Stewart, 1964), $S_{11}\doteqdot 1.42E$ となる．結局，彼等の予想では，η_R は式 (23) からは，

$$\eta_R \doteqdot -0.32a^2$$

と与えられるはずである．

ここに得られた比例係数の値 −0.32 は，上で我々の求めた −0.33 にびっくりする程近い．かくて，定性的にばかりでなく，定量的にも，入射波浪の波群の高低に伴って，長周期の水位変動が存在するという Longuet-Higgins and Stewart (1964) の予想が確証されたことになる．今まで，radiation に伴う力学過程のうち，岸近くでの水位の平均的な凹凸 (wave set up, wave set down) が，彼等の理論を用いて説明されることがわかっていたが，砕波帯外の現象に適用されたのは今回が最初である．なお，この結論は I での言明と矛盾する点があるが，それは I で (24) 式の浅海近似を用いたためである．

サーフ・ビートの水位変動スペクトル分布 $P_{LL}(f)$ には卓越したピークが存在することを示した．そして，それ等が岸に平行に進行するエッヂ波によるものと考えられることも示した．ここでは，エッヂ波の波長について論じよう．分散関係を使って，周期から波長を求め

るには，モード数 n と海底の傾斜角 s を定めなければならない．I に見たように，海底地形は，我々が過程したような直線状には実際にはなっていない．しかし，エッチ波の振幅が沖に行くに従って指数関数的 $(e^{-|k|x_1})$ に小さくなっているので，$x_1 \lesssim |k|^{-1}$ の領域における平均的な傾斜角 s を採用すればよいであろう．波数 k を求めるには s が必要であって循環論に陥いるのであるが，ここでは，I の図 10 を参照して，

$$s=0.03$$

とする．s のこの値に対するエッチ波の分散関係 (75) 式を示したのが図 60 である．

サーフ・ビートの第1のピークの周波数が 0.002 Hz であるので，波長は，

$$L=\begin{cases}1{,}900\,\mathrm{m} & (n=0 \text{ のとき})\\ 5{,}700\,\mathrm{m} & (n=1 \text{ のとき})\end{cases}$$

となる．今までの我々の目視観測によれば，砕波時の波峯の長さは，長くて 2 km である．モード数が大きくなると波長が大きくなること，前節で示したように，卓越するエッチ波の波数が radition stress S_{ij} の分布の横方向の卓越波数に等しいことなどを考慮すると，5,700 m という値は大きすぎると判断される．したがって，第1のピークのモード数は 0 であると考えられる．海底地形図 (I の図 9) を見ると，横方向の波長 1,900 m も長すぎる気がするが，入射波浪が岸に近づくにつれて屈折して，岸に次第に平行になるので，波峯線の長さが，沖合いにおけるより長くなるであろう．

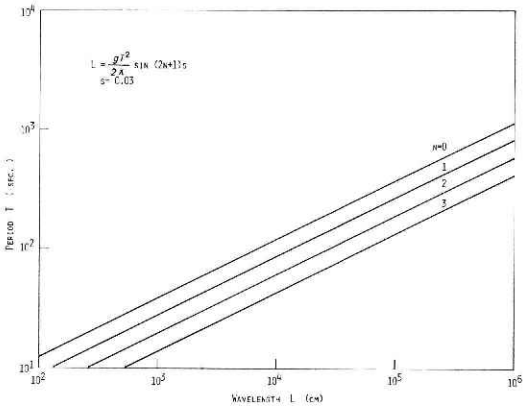

図 60　傾斜角 $s=0.03$ の場合のエッチ波の分散関係

Fig. 60 Dispersion relation of edge wave in case of slope angle $s=0.03$.

一方，サーフ・ビートの第2のピークの周波数 $f_2=0.005$ Hz を持つエッチ波の波長は，

$$L=\begin{cases}280\,\mathrm{m} & (n=0 \text{ のとき})\\ 550\,\mathrm{m} & (n=1 \text{ のとき})\\ 1{,}100\,\mathrm{m} & (n=2 \text{ のとき})\\ 2{,}200\,\mathrm{m} & (n=3 \text{ のとき})\end{cases}$$

と計算される．単に直感的な上の議論からすると，$n \leq 3$ のどのモード数であってもよいのであるが，(83) 式を見てもわかるように，radiation stress S_{ij} の方向の分布 $g_i(x)$ とエッチ波の固有関数の積の積分で表わされる量 Ξ_n が大きくないと，第 n モードは大きくなれない．我々は，今のところ，g_i に関して確たる情報を持っているわけではないが，$x_1=\infty$ と

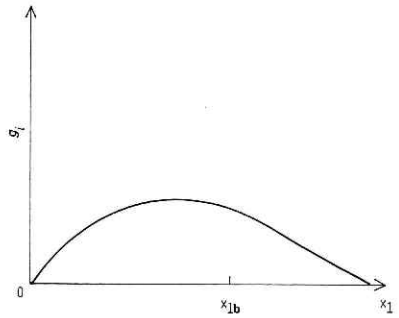

図 61　波浪の砕波・変形に伴って発生する radiation stress S_{ij} や wave mass transport M_α の予想される分布図

Fig. 61 Reasonable distribution function of 'radiation stress' S_{ij} and wave mass transport M_α due to the deformation of incident wind wave near shore. x_{1b} denotes a point of wave breaking. In the surf zone S_{ij} might be largely consisted of turbulent motion caused by wave breaking.

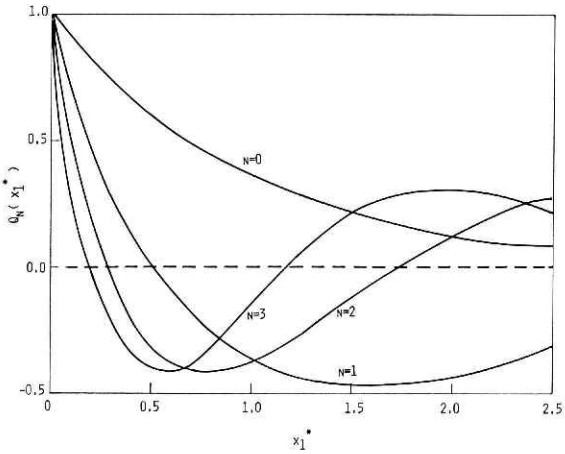

図 62　エッヂ波の波高の沖方向の分布．x_1 を波数 k で正規化 ($x_1^*=|k|x_1$) してある

Fig. 62 Distribution of wave height of edge wave in the offshore direction. x_1 coordinate is normalized by the wave number k.

$x_1=0$ においては，g_i は 0 と考えるのが自然である．これから推量するに，g_i は，$x_1=0$ と，砕波点 x_{1b} の間のどこかに最大をとるような単純な図 61 に模式的に示した形になっているのではないだろうか．このような分布形をしているときには，固有関数の形から判断して（図 62 参照），$n\geq1$ のモードに対する固有関数には節があるので，Ξ_n は Ξ_0 に比べてずっと小さくなると考えられる．そうすると，結局第 2 のピークのエッヂ波も第 0 モードのものと考えてよく，波長は，

$$L=280\,\mathrm{m}$$

となる．

先に，ピークの周波数が測定中きわめて高い安定性を示すことを述べた．上の議論からすると，横方向の波長が 1,900 m 近辺と，280 m 近辺の radiation stress の分布が，測定期間中，波が小さいときから，大きくなって極大となり，最後に減衰するまで，保持されたことになる．すなわち，入射波浪の浅海における変形，砕波の状況たとえば（砕波点 x_{1b}）のかなりな変動にもかかわらず，radiation stress の分布の卓越波数が一定に保たれることを示唆する．合田 (1970) の結果を見ると，$H_0^{(s)}/L_0^{(s)}$ (＝沖合い波高/沖合い波長) の 2 倍の変化に対して，$h_b/H_0^{(s)}$ (h_b: 砕波水深) は 2 割程度変化する ($s=1/30$ のとき)．$L_0^{(s)}$ を一定とすると，h_b もかなり変化し，x_{1b} も相等に変化することが予想される．しかし，同じ論文に引用されている他の実験式を使うと，$h_b/H_0^{(s)}$ は 6 割程度の減少となって，この場合には，砕波点の移動が小さ目に評価されることになる．いずれにしても，入射波高が変化すれば，砕波点

x_{1b} はかなり大幅に変化すると考えなければならないであろう．とすると，radiation stress の卓越波数の高度の安定性を保障したのは，砕波時の波峯長の安定性ということになる．このことを調べた測定は筆者の知る所では未だなく，今後の研究に待つしかない．

波峯の長さそのものを測定した例には，Nagata (1964) の測定があるが，R (峯幅の波長に対する比) が 0.20～0.60 であって，峯の長さは，波長の 2～5 倍であるという．入射波浪の周期を15秒とすると，波長は 350 m となり，$R=5$ とすると，波峯長は 1,750 m となって，我々の推定したサーフ・ビートの波長 1,900 m に略等しくなる．しかし，以上の議論を以ってしても，radiation stress S_{ij}, wave mass transport M_α の分布に何故に確然たる二つ (又は三つ) のピークが存在するかは不明である．サーフ・ビートの水位変動のスペクトル分布に二つのピークのある例を高橋ら (1971) も報告している．彼等の測定では，入射波浪の状況のかなりな変動（測定日時の違い）にもかかわらず，卓越する周波数が一定に近い．これから考えると，地形の何らかの影響が効いているのかも知れない．又，我々の場合，入射波浪のスペクトルにおいて，初期のものには，二つのピークが存在した．高周波数側のピークに対応する波が期間中ずっと存在しつづけ，しかも起源を別にしているとしたら，砕波の仕方が横方向に二つの卓越した大きさを持つことも考えられなくはない．あるいは，砕波が沖合いと，より岸近くでの二回起きるのをよく見かけるが，そのためであろうか．これ等のことは今後少しづつ明らかになって行くであろう．

さて，上で，我々は，サーフ・ビートの水位変動のスペクトル分布のピークの周波数に対応する成分が主として，エネルギーを荷なっており，第 0 モードのエッヂ波と解釈されることを見た．一方で，エッヂ波の水深 h に対する減衰の仕方が $h^{-1/2}$ であることを，今までに発表されたデータを用いて，I で示した．この二つのことが矛盾しないか調べて見る必要がある．

第 0 モードのエッヂ波の場合，水深に対する減衰の仕方は，

$$H^{(l)} \sim e^{-kx_1}$$

となり，$h=sx_1$ であるから，

$$H^{(l)} \sim e^{-kh/s}$$

となる．この減衰則は，自由に進行するエッヂ波の場合であって，我々の測定しているような準定常的な場合には，radiation-stress の駆動力による仕事が，水底における摩擦などのために，消費されているわけであるから，その効果のために，エッヂ波の減衰の仕方は，自由波の場合と異なっていると思われる．図 63 は，しかし，このような事情を無視して，横軸に $e^{-kh/s}$ をとり，縦軸に，$H^{(l)}$ の $H^{(s)}$ に対する 3/2 乗則の係数 β (I の 31 式) をとったものである．合田 (1975) には，三つの場所における測定が報告されているが，ここでは，我々の情況に近く，入射波浪がうねり性のものである大洗海岸におけるデータのみを用いた．他の松浜，宮崎における風浪性の強い場合には，我々の予想した関係からは，著しくずれる．

これは，入射波浪が風浪性を強く示すときには，サーフ・ビートの水位変動スペクトルが平坦になってしまうからかも知れない．Munk (1949) のデータでは，スペクトルが示されてないが，周期が2～3分ということから，$T_{1/3}^{(t)}=2.5$ 分とし，更に zero-up-cross の周期 $T_{1/3}^{(t)}$ にするために，我々が経験的に知っている 2.0 という係数を掛けて，周期 $T_{1/3}^{(t)}$ を5分とした．図 63 を見ると，我々の推定がかなりな精度で正しいことがわかる．すなわち，前報Ⅰで提示した減衰則が，主なエネルギーを岸方向に進行するエッヂ波であるとしても矛盾しないこと，が明らかになった．

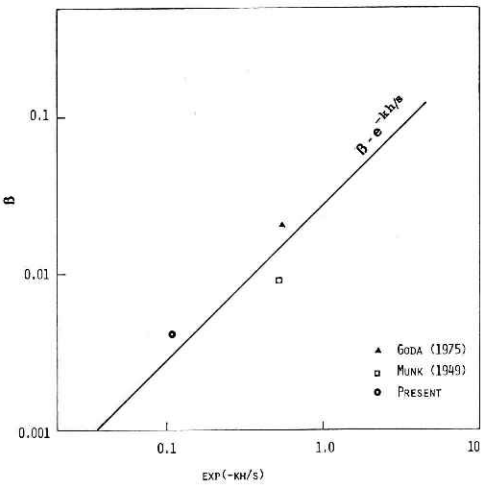

図 63　$H_{1/3}^{(t)}=\beta(H_{1/10}^{(s)})^{3/2}$ としたときの β と $e^{-kh/s}$ との関係

Fig. 63　Relation between β and $\exp(-kh/s)$, where β is the proportional coefficient in the relation $H_{1/3}^{(t)}=\beta(H_{1/10}^{(s)})^{1.5}$.

Suhayda (1972) のように，サーフ・ビートを岸に trap されないモード (leaky モード) の定在波と考えれないか検討して見よう．斜面上では，この波の水位 η は，

$$\eta=a(\sigma)J_0(x)e^{i\sigma t}\,,\qquad x=2\sigma\sqrt{x_1/g\tan s}$$

と表わされ，斜面に続く平坦な海域では，

$$\eta=a(\sigma)(J_1(X_{SB})\sin kx_1+J_0(X_{SB})\cos kx_1)e^{i\sigma t}\,,\qquad k=\sigma/\sqrt{gh}$$

と表わせる (Suhayda, 1972)．ここに，$J_i(x)$ は，第 i 次のベッセルの関数であり，$a(\sigma)$ は波の大きさを表わす．又 X_{SB} は，斜面の終る点の x_1 座標である．$x_1\leq X_{SB}$ 内では，$J_0(x)$ のゼロ点を与える周波数で (測定点を固定して)，入射する波のスペクトル密度が一様のとき，スペクトル分布に谷ができることになる．よって，この場合には，スペクトル分布のピークではなくて，谷が物理的な意味を持つ．更に，少なくとも斜面上では，入射長周期波のスペクトル分布が若干変動しても，スペクトル分布が谷となる周波数は，測点と水深のみによって，決まっているので，変化せず一定のままであるという特徴がある．

スペクトル分布の谷を与える周波数 f_i が，

$$f_i^{(t)}=\frac{M_i}{4\pi}\frac{\sqrt{gh}}{l}\,,\qquad M_i=2.41,\ 5.52,\ 8.65$$

と与えられる合田 (1975) ので，我々の測定条件を代入してみると，

$$f_1^{(t)}=2.7\times10^{-3}\,\mathrm{Hz}\,,\qquad f_2^{(t)}=6.2\times10^{-3}\,\mathrm{Hz}\,,\qquad f_3^{(t)}=9.7\times10^{-3}\,\mathrm{Hz}$$

となり，実際の値，

$$f_1^{(t)}=1.0\times10^{-3}\,\mathrm{Hz}\,,\qquad f_2^{(t)}=3.5\times10^{-3}\,\mathrm{Hz}\,,\qquad f_3^{(t)}=5.25\times10^{-3}\,\mathrm{Hz}$$

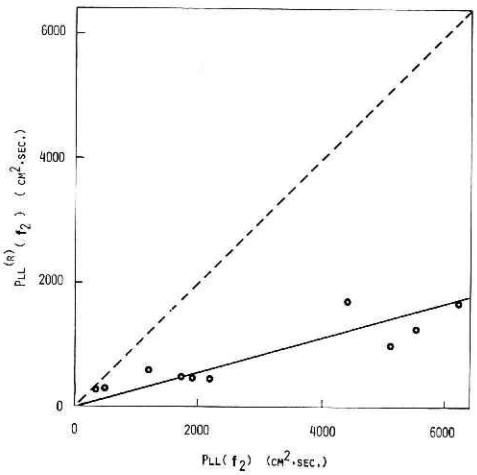

図 64　サーフ・ビートのエネルギー・スペクトルの第2のピークの周波数 f_2 におけるスペクトル密度の大きさ $P_{LL}(f_2)$ と，入射波浪の波群に伴って，発生する長周期波の大きさ $P_{LL}^{(R)}(f_2)$ $(=0.11\,P_{EE}(f_2))$ との関係

Fig. 64 Relation between energy spectral density $P_{LL}(f_2)$ at the second dominant peak of energy spectral density function $P_{LL}(f)$ of surf beat and energy spectral density $P_{LL}^{(R)}(f_2)$ which corresponds to the forced long wave due to the mechanism of Longuet-Higgins and Stewart (1964). $P_{LL}^{(R)}$ is several times smaller than $P_{LL}(f_2)$, which is another evidence that the long wave component corresponding to the secondary peak f_2 is an travelling edge wave.

とは，大きさに若干の相違があるが，オーダーは合っている．

Suhayda (1972) は，入射する長周期波として，入射波浪の共鳴型非線形相互作用 (Hasselmann, 1962) によって発生するものを考えている．しかし，我々の場合には，入射波浪の周期と，サーフ・ビートの周期が違い過ぎる (1桁以上)ので，Hasselmann のメカニズムで測定されたように大きな長周波波が生ずるとは考え難い．そこで，我々がその存在を確認した Longuet-Higgins and Stewart (1964) のメカニズムによる長周期波を定在波の主体として，定量的に検討してみる．図 64 は，サーフ・ビートの水位変動のエネルギー・スペクトルの第2のピークの周波数における密度分布 $P_{LL}(f_2)$ と，式 (91) を使って求めた，Longuet-Higgins らのメカニズムで発生すると予想される長周期波のスペクトル密度 $P_{LL}^{(R)}(f_2)$ を比較したものである．これを見ると，$P_{LL}^{(R)}(f_2)$ は $P_{LL}(f_2)$ より数倍小さく，サーフ・ビートを leaky モードの定在波と考えるのには無理があることがわかる．更に，サーフ・ビートの水位変動 η と，流れの岸に平行な成分 v とが周波数 f_2 で非常に大きな相関を示すこと，水位変動のエネルギー・スペクトル $P_{LL}(f)$ のピークが鋭いことも，定在波説に不利である．

9. 結　　語

以上の解析から得られた結論は次の通りである．

（1）　入射波浪の風浪性が強い場合にも，うねりの場合と同じく，サーフ・ビートの水位変動の統計量の間に，ほぼ線形の関係が成り立ち，点のバラツキの程度は，風浪性の強い場合の方が若干小さい．最大波高を規準としたとき，係数の大きさは，うねりの場合の方が1割から2割程度大きい．

（2）　波浪の波高の統計量の間の関係を，うねりの場合と，風浪の場合について調べた．その結果，

$$H_{max}/H_{1/10}=\begin{cases}1.3 & (\text{うねり})\\ 1.4 & (\text{風　浪})\\ 1.29 & (\text{Rayleigh 分布})\end{cases},\qquad H_{max}/H_{1/3}=\begin{cases}1.6\\ 1.8\\ 1.64\end{cases},\qquad H_{max}/\bar{H}=\begin{cases}3.0\\ 3.2\\ 2.62\end{cases},$$

$$H_{1/10}/H_{1/3}=\begin{cases}1.30\\ 1.25\\ 1.27\end{cases},\qquad H_{1/10}/\bar{H}=\begin{cases}2.1\\ 2.3\\ 2.0\end{cases},\qquad H_{1/3}/\bar{H}=\begin{cases}1.7\\ 1.8\\ 1.60\end{cases}$$

となった．なお，Rayeigh の分布の場合として，サンプル波の数を 20 とした値を参考に書いた．

（3）　周期が 100 秒から 1,000 秒までの範囲に入る成分から成り，入射波浪の浅海域での変形過程に伴って発生する流れの変動の大きさに対する統計解析を行った．その結果，諸統計量の間に

$$H_{max}/H_{1/3}=\begin{cases}2.0 & (\text{水　位})\\ 1.8 & (\text{岸に直角な成分})\\ 2.5 & (\text{岸に平行な成分})\end{cases},\qquad H_{max}/\bar{H}=\begin{cases}4.3\\ 3.7\\ 6.3\end{cases}.\qquad H_{1/10}/H_{1/3}=\begin{cases}1.5\\ 1.4\\ 1.7\end{cases},$$

$$H_{1/10}/\bar{H}=\begin{cases}3.1\\ 2.9\\ 4.3\end{cases},\qquad H_{1/3}/\bar{H}=\begin{cases}2.3\\ 2.05\\ 2.7\end{cases}$$

なる係数をもったほぼ線形の関係が存在することが明らかになった．波高分布の形が，水位変動の場合と，流速変動の場合とでは相当に異なっており，主として流速変動を起こす運動が水位変動を伴わない性質のものであることが示唆された．

（4）　入射波浪の大きさ $H^{(s)}_{1/10}$ とサーフ・ビートの水位変動の大きさ $H^{(l)}_{1/3}$ との間には，$H^{(l)}_{1/3}\doteqdot 0.23h^{-1/2}(H^{(s)}_{1/10})^{3/2}$ なる関係が存在するが (I)，流速変動の大きさに対しては，

$$H^{(o)}_{1/3}/H^{(s)}_{1/10}\doteqdot 0.15 \qquad (\text{c.g.s})$$

$$H^{(p)}_{1/3}/H^{(s)}_{1/10}\doteqdot 0.08$$

なるほぼ線形の関係が得られた．入射波浪に対する関係の比較を行った結果，岸に平行な成分が，水位変動を伴う運動に相対的に大きく依存し，岸に直角な成分をなすのは，主として乱流あるいは内部波モードであると推察された．

（5）　入射波浪およびサーフ・ビートの水位変動，流速変動の有義波の周期（有義波高を求めるのに用いたサンプル波に対する）については，

$$13\ \text{sec}\lesssim T^{(s)}_{1/10}\lesssim 17\ \text{sec},\qquad 85\ \text{sec}\lesssim T^{(l)}_{1/3}\lesssim 135\ \text{sec},$$

$$120\ \text{sec}\lesssim T^{(o)}_{1/3}\lesssim 180\ \text{sec},\qquad 70\ \text{sec}\lesssim T^{(p)}_{1/3}\lesssim 130\ \text{sec}$$

が得られた．

（6）　水位変動のスペクトル分布は，卓越した二つのピークを持っており，その周波数は，

$f_1 \fallingdotseq 2.0\times10^{-3}$ Hz, $f_2 \fallingdotseq 5.0\times10^{-3}$ Hz であって，これ等は，測定期間中あまり変動しない．

（7） 入射波浪の大きさが最大値をとって以後の減衰期においては，サーフ・ビートの水位変動のスペクトル分布 $P_{LL}(f)$ は高い相似性を示す．

（8） サーフ・ビートの水位変動において，周波数 f_2 の成分は，f_1 成分より早く発達し，入射波浪の波高が最大値をとる前に平衡値をとり，入射波浪が更に大きくなっても，ほぼ一定のままに止まる．

（9） サーフ・ビートのスペクトルの卓越したピークに対応する成分波の波高は，概略，入射波浪の波高の 1.5 乗に比例する．

(10) Longuet-Higgins and Stewart (1964) の理論によって予想される長周期波は，サーフ・ビートの主構成要素ではないが，彼等の予想した波が存在することが実証され，しかも入射波浪の波群の大きさとの関係は，定性的にも定量的にも理論通りであった．

(11) 流速変動のスペクトル分布は，水位変動のそれとは，異なっており，水位変動を伴わない運動が流れの変動の主たる構成要因であることが判明した．

(12) サーフ・ビートの水位変動のスペクトル分布 $P_{LL}(f)$ のピークに対応する成分は，岸に trap され，岸に沿って進行するエッヂ波である．

(13) 入射波浪の沿岸における変形に伴って発生する力学過程（水位変動を伴うもの）を解析的に考察した．その結果，radiation stress (S_{ij}), wave mass transport (M_a) の岸に平行な方向の分布の卓越波数に共鳴するエッヂ波が水位変動の主な構成要素となり得ることがわかった．

(14) 観測したエッヂ波のモードは 0 と判定され，波長は，1,900 m および 380 m と推定された．この値は，Nagata (1964) の波峯長に関する測定結果と比較しても合理的なものである．

10. あとがき

サーフ・ビートに関する研究を，一まずここで終りにする．色々解析していて，数多くの未知の事柄にぶつかった．たとえば，エッヂ波の摩擦則がどうなっているのか，radiation stress S_{ij} などの分布の卓越波数が本当に高度に安定なのか，S_{ij} の沖方向への分布がどうなっているのか，沿岸水が成層状態にあるときにそこでの力学過程がどう変化するのか，水位変動を伴わない乱れが沿岸域における物質拡散にどのような効果を及ぼしているか等の事柄が今後解明すべき重要な問題と思われる．

参考文献

1) Bowen, A. J. (1969a): The generation of longshore currents on an plane beach. *J. Mar. Res.*, **27**, 206-15.
2) Bowen, A. J. (1969b): Rip Currents, 1. *J. Geophys. Res.*, **74**, 5467-78.

3) Cartwright, D. E. and M. S. Longuet-Higgins (1956): The statistical distribution of the maxima of a random function. *Proc. Roy. Soc. A*, **237**, 212-32.
4) Eckart, C. (1951): Surface waves on water of variable depth. *Marine Physical Laboratory and Scripps Institution of Oceanography, Wave Rep.* **100**, Ref. 51-12.
5) 藤縄幸雄，岡田憲司，渡部　勲 (1976): 波浪に伴う長周期波 (サーフ・ビート) の特性 (I). 国立防災科学技術センター研究報告第 **15** 号，159-91.
6) Gallagher, B. (1971): Generation of surf beat by non-linear wave interaction. *J. Fluid Mech.*, **49**, 1-20.
7) 合田良実 (1970): 砕波指標の整理について. 土木学会論文報告集，第 **180** 号.
8) 合田良実 (1975): 浅海域における波浪の砕波変形. 港湾技術研究所報告，第 **14** 巻，第 **3** 号，59-106.
9) Guza, R. T. and A. J. Bowen (1976): Finite amplitude edge waves. *J. Mar. Res.*, **34**, 269-93.
10) Guza, R. T. and R. E. Davies (1974): Exitation of edge waves by waves incident on a beach. *J. Geophys. Res.*, **79**, 1285-91.
11) Hasselmann, K. (1962): On the non-linear energy transfer in a gravity wave spectrum Part 1. *J. Fluid Mech.*, **12**, 481-500.
12) Hasselmann, K. (1971): On the mass and momentum transfer between short gravity waves and longer-scale motions. *J. Fluid Mech.*, **50**, 189-205.
13) 岩田憲幸・稲田　亘・渡部　勲 (1971): 波浪のスペクトル幅と統計量 (II). 国立防災科学技術センター研究報告，第 **5**号，81-7.
14) Kajiura, K. (1964): On the bottom friction in an osillatory current. *Bull. of the Earthquake Res. Inst.*, **42**, 147-74.
15) Longuet-Higgins, M. S. (1970): Longshore currents generated by obliquely incident sea waves 1. *J. Geophys. Res.*, **75**, 6778-89.
16) Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart (1964): Radiation stresses in water waves; a physical discussion, with application. *Deep-Sea Res.*, **11**, 529-62.
17) Munk, W. H. (1949): Surf beats. *Trans. Ameri. Geophys. Uni.*, **30**, 849-54.
18) Munk, W. H. (1962): Long ocean waves. *The Sea*, 647-63.
19) Munk, W. H., F. Snodgrass and F. Gilbert (1964): Long waves on the continental shelf; an experiment to separate trapped and leaky modes. *J. Fluid Mech.*, **20**, 529-54.
20) Nagata, Y. (1964): Observation of the directional wave properties. *Coastal Engine. in Japan*, **7**, 11-29.
21) Reid. R. O. (1958): Effect of coliolis force on edge waves (I). Investigation of the normal modes. *J. Mar. Res.*, **16**, 109-44.
22) Suhayda, J. N. (1972): Experimental study of the shoaling transformation of waves on a sloping beach. Ph. D dissertation, Univ. California.
23) 高橋智晴，鈴木禧実，佐々木　弘，中井徹也 (1971): 田子の浦港における長周期波の観測，港湾技研資料，No. **130**.
24) Tucker, M. J. (1950): Surf beats; sea waves of 1 to 5 min. period. *Proc. R. Soc. A*, **202**, 565-73.
25) Witham, G. B. (1976): Nonlinear effects in edge waves. *J. Fluid Mech.*, **74**, 353-68.

(1976 年 10 月 26 日原稿受理)