

リソスフェアにおける地震波の散乱と減衰  
—ランダムな不均質構造による一次散乱理論—

佐藤春夫\*

国立防災科学技術センター

Scattering and Attenuation of Seismic Waves in the Lithosphere  
— Single Scattering Theory  
in a Randomly Inhomogeneous Medium —

By

Haruo Sato

*National Research Center for Disaster Prevention, Japan*

Abstract

Elastic structure of the lithosphere is found to be inhomogeneous from various kinds of recent geological surveys and seismological observations. The appearance of S coda waves following direct S wave phase in a seismogram is an apparent evidence for the existence of such an inhomogeneity. Interpreting S coda waves as singly scattered S waves by inhomogeneities, distributed homogeneously and randomly in the medium, we can analytically derive the space-time distribution of seismic energy density. The solution obtained well explains the observed facts that temporal decay curves of S coda waves are independent of their hypocentral distances and earthquake magnitudes are proportional to logarithms of their f-P time. On the basis of this theory, backward scattering coefficient  $g(\pi)$ , characterizing the power of S coda wave excitation, is measured to be  $1.2 \times 10^{-2} \text{ km}^{-1}$  for 1–30 Hz in Kanto, Japan. Quality factor,  $Q_s^{-1}$ , characterizing the amplitude attenuation of S waves, is also measured to be  $6 \times 10^{-3}$  at 3 Hz and  $10^{-3}$  at 23 Hz in this district. Compiling  $Q_s^{-1}$  measurements in tectonically active regions in the world, it is found that  $Q_s^{-1}$  having a peak around 0.5 Hz decreases with frequency in high frequencies of the power of  $-0.5$  to  $-0.9$ , and  $-0.7$  especially in Kanto. The ratio of  $Q_p^{-1}$  to  $Q_s^{-1}$  is found to be from 1 to 2, higher than that in the mantle, for frequencies higher than 1 Hz. No mechanism other than scattering by random elastic structure can explain both amplitude attenuation and coda wave excitation.

---

\* 第2 研究部

tion. Here, a new statistical averaging method is proposed in accordance with seismological attenuation measurements; attenuation should be estimated from an ensemble average of square of scattering amplitudes, calculated by the Born approximation, after the correction of the travel time fluctuation caused by slowly changing velocity structure.  $Q_s^{-1}$  and  $Q_p^{-1}$  and  $g(\pi)$  newly theoretically predicted well match observed ones. Quantitative analysis results in the randomness of the fractional fluctuation of the velocity structure in the lithosphere should be represented by the von Karman-type auto-correlation function of the order of 0.35, where the mean square is  $7.2 \times 10^{-3}$  (or  $1.3 \times 10^{-2}$ ) and the correlation distance is 2.1 km (or 5.1 km).

## 目 次

1. 序 .....	103
2. ランダムな不均質構造の実在 .....	105
2.1 孔井検層 .....	105
2.2 露頭調査 .....	107
2.3 VIBROSEIS による探査 .....	110
2.4 三次元インバージョン法 .....	112
2.5 実体波の三次元軌跡 .....	112
2.6 遠地震のアレイ観測 .....	115
3. S コーダ波 .....	115
3.1 明瞭な散乱現象 .....	115
3.2 一次散乱理論 .....	116
3.3 関東地方におけるS コーダ波の励起強度の測定 .....	128
4. 地震波の振幅減衰 .....	133
4.1 関東地方における $Q_s^{-1}$ の測定 .....	133
4.2 世界各地の $Q_s^{-1}$ 及び $Q_p^{-1} / Q_s^{-1}$ 比 .....	137
4.3 減衰のいろいろなモデルの検討 .....	142
5. ランダムな不均質構造による散乱と減衰 .....	145
5.1 従来の統計的散乱減衰理論とその破綻 .....	146
5.2 走時のゆらぎを補正した散乱減衰の新理論 .....	159
5.3 減衰とS コーダ波の励起とを定量的に説明するモデル .....	166
6. 結論 .....	171
7. 地震予知への応用 .....	172

1. 序

リソスフェアが弾性体としてかなり不均質であることが、最近のいろいろな調査や観測の結果から推察される。最も身近な地殻上部の孔井検層データ（鈴木・他，1981）には、強いランダム性が明瞭に存在するし、オフィオライトや造山帯に貫入している上部マントル起原のカンラン岩体の調査（Salisbury and Christensen, 1978；Niida, 1974）からも、地下における強い不均質性の存在が推察される。VIBROSEISを利用した探査からは、強い地震波反射面が地殻深部までひろく分布していることがわかってきた（Schilt et al., 1979）し、三次元インバージョン法によって調べられた世界各地の速度構造（Aki, 1982b）も、かなりの大きさの不均質性が存在することを示している。短周期地震波の三次元軌跡の形状は、震源と観測点を結ぶ波線上のいたる所でかなり強い散乱が起きていることを表わしている（Matsumura, 1981）。

リソスフェアが一様な弾性体であれば、地震波は震源で輻射されたP波とS波の2つの相のみからなり（図1点線）、幾何因子を除けば波形は保たれて振幅は減衰しないはずである。

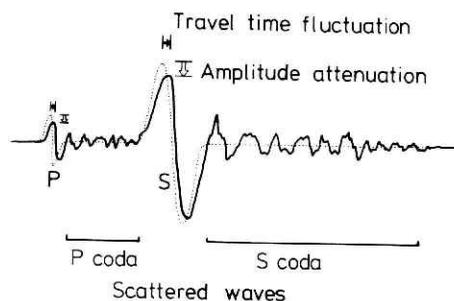


図1 一様媒質中（点線）及び不均質媒質中（実線）の模式的地震記象。

Fig. 1. Schematic illustration of seismograms in a homogeneous medium (a dotted line) and in an inhomogeneous medium (a solid line).

しかし、上述の如く弾性体としての構造がランダムに不均質なので、一般に伝播するにつれて波形は崩れ、P波とS波の振幅は減衰し、散乱された波はP波とS波の間にPコーダ波、S波の後にSコーダ波と呼ばれる波群を形成する（図1実線）。個々の地震記象に見られるSコーダ波は、リソスフェアに不均質性が存在することの最も明瞭な証と考えられる。

Aki (1969)は、「Sコーダ波は、空間的に分布する不均質構造によって散乱された地震波である」という考えを提唱し、Sコーダ波振幅の「震源における時間変化」を導いた（Aki and Chouet, 1975）。その後、筆者は、散乱体（不均質構造）の分布がランダムかつ一様であるという仮定のもとに、任意の震源距離において一次散乱エネルギーを加え合わせ、Sコーダ波エネルギー密度の「時空分布」を、理論的に導くことに初めて成功した（Sato, 1977 a, 1982 c）。更に、このモデルをもとにして関東地方の地震データを解析し、Sコーダ波の励起強度を、地球物理的パラメーターとして初めて精密に測定した（Sato, 1978）。

一方, Aki (1980 a) による単一観測点法, S コーダ波振幅の時間変化を用いる方法, 強震加速度記録や大陸を伝わる  $L_g$  波のスペクトルの距離変化の解析などから, 近年世界各地で短周期の  $Q_s^{-1}$  がかなり正確に測定されるようになった (佐藤・松村, 1980 a, Roecker et al., 1982 ; Gusev and Lemzikov, 1983). 長周期表面波の  $Q_s^{-1}$  と合わせて考えると, リソスフェアにおける  $Q_s^{-1}$  は, 0.5 Hz 附近にピークを持ち高周波数側で減少するという, 強い周波数依存性を持つことがわかってきた (Aki, 1980 a).

しかし, このような周波数依存性を説明するためにこれまで提唱されてきたどの減衰のメカニズムも, 地震記象上明瞭に存在する S コーダ波の励起を説明することができない. 観測から求まる S 波の減衰の大きさと, S コーダ波の励起の強さから推定される散乱減衰の大きさとが, 現象論的にほぼ一致すること (Sato, 1978 ; Aki, 1980 b) は, 不均質構造による散乱が減衰の有効なメカニズムであることを示唆している. これまでに, ランダム媒質を伝わる波の減衰を散乱によって説明するという理論的試み (統計的散乱減衰理論) は, いくつかなされてきた (Karal and Keller, 1964 ; Beudet, 1970 ; Aki and Richards, 1980, pp. 728 - 751 ; Sato, 1979, 1981 など) が, いずれのモデルでも, 波長がゆらぎの相関距離よりも短いような高周波数になると,  $Q_s^{-1}$  が周波数と共に増大してしまい, 観測から得られるような高周波数で減少する  $Q_s^{-1}$  を導くことができないと考えられていた.

$Q_s^{-1}$  の高周波数における増大の原因が, 地震波の波長よりも長波長の速度不均質構造に起因する, 走時のゆらぎによって引きおこされたものであることが, 筆者によって初めて指摘された (Sato, 1982 a). 実際, 従来の地震波解析においては, 直達波の走時のゆらぎを無視してその振幅を読みとり,  $Q^{-1}$  値を求めているのだから, あらかじめ波動方程式の段階で, ゆっくりと変化する速度不均質構造による走時のゆらぎを引き去り, 散乱減衰を計算しなければならぬはずである. 筆者は, スカラー波の  $Q^{-1}$  を Mean wave formalism で (Sato, 1982 a, b), ベクトル弾性波の  $Q_p^{-1}$  と  $Q_s^{-1}$  をボルン近似で (Sato, 1984) 計算し, 共にある周波数にピークを持ち高周波数で減少することを, 初めて示した.

本論文は, ランダムな不均質構造を伝わる弾性波の散乱とそれによる減衰の理論体系を構築すると共に, リソスフェアにおける S コーダ波の励起強度と減衰の周波数依存性を観測から調べ, その不均質性を定量的に推定することを目的とする.

第 2 章ではリソスフェアの顕著な不均質性を示す調査や観測結果を, 第 3 章では S コーダ波励起のエネルギー論的理論とそれに基づく解析を述べる. 第 4 章では, 筆者らが測定した関東地方の  $Q_s^{-1}$  と共に, 世界各地での  $Q_s^{-1}$  及び  $Q_p^{-1}/Q_s^{-1}$  比の測定結果を述べ, 減衰のいろいろなモデルを観測結果をもとに検討する. 第 5 章では, ランダムなゆらぎによる散乱から直接 S コーダ波の励起の強さを, 散乱によるエネルギーロスから  $Q_p^{-1}$  及び  $Q_s^{-1}$  を導出する. 第 5 章第 1 節では従来の統計的散乱減衰理論とその破綻を明らかにし, 第 2 節では

筆者による走時のゆらぎを補正した散乱減衰の新理論を述べる。第3節では、観測から得られたSコーダ波励起強度と  $Q_S^{-1}$  及び  $Q_P^{-1}/Q_S^{-1}$  比の周波数依存性を、定量的に説明できるような弾性係数のランダムなゆらぎの大きさと形状の推定を試みる。これらの結果を第6章にまとめ、第7章では散乱と減衰の観測が地震予知に有効であるという事例をいくつか紹介する。

筆者は、個々の成果を研究論文 (Sato, 1977a, b, 1978, 1979, 1981, 1982a, b, c, 1984; 佐藤・松村, 1980a; Sato and Matsumura, 1980b; 鈴木・他, 1981) の形で発表してきた。本論文は、ランダム構造における散乱と減衰という観点から上記一連の研究を集大成し、関連する研究のレビューワークを行うと共に、新たな考察を加えたものである。

## 2. ランダムな不均質構造の実在

### 2.1 孔井検層

地殻最上部ではボーリング孔を利用したP波速度検層や密度検層を行うことが可能で、鉛直一次元のみではあるがその微細構造を知ることができる。国立防災科学技術センター（以下では防災センターと呼ぶ）の、東京を囲む3ヶ所の深層地震観測用孔井（岩槻・府中・下総）における密度及びP波速度検層データを図2aに示す。一般に、爆薬を用いた構造探査では、地表に並べた地震計群によって得られた初動の走時曲線から、成層構造を仮定して各層厚と速度とを求める。図2aには、そのような階段状の構造が背景に見えてはいるものの、むしろかなり大振幅で一見ランダムな短波長のゆらぎが重なり合っていることがわかる。

無次元化したP波速度のゆらぎ〔P波速度を $\alpha$ 、その平均値を $\alpha_0$ としたときに $(\alpha - \alpha_0) / \alpha_0$ で表わされる〕の自己相関々数をつくることによって、このランダム性を定量的に把握することができる。孔井検層データのランダム性を相関々数によって統計的に表現することは、筆者によって初めてなされた (Sato, 1979; 鈴木・他, 1981)。地震工学上関東地方の基盤と考えられる、P波速度の平均が約5 km/secの層について、無次元化したP波速度のゆらぎの自己相関々数を求め、図2bに示す。ラグが0mの時には、岩槻と下総は一致してゆらぎの2乗平均は $\epsilon^2 \approx 5 \times 10^{-3}$ であり、府中は $\epsilon^2 \approx 10^{-2}$ と約2倍の値をとる。ラグが数mから60m位までは、岩槻と府中は互に非常に良く一致し、下総はこれらにくらべてかなり小さい値をとる。相関々数の値が $\epsilon^2$ よりも充分小さくなるような特徴的な長さを相関距離 $a$ と呼ぶが、府中と岩槻では30~40m、下総では10m程度と考えられる。自己相関々数の形状は、岩槻では指数関数型であるが、下総と府中ではラグが0m附近でかなり鋭く、短波長成分を指数関数型よりもかなり多く含む、いわゆる von Karman型 (Tatarsky, 1961) であることがわかる。

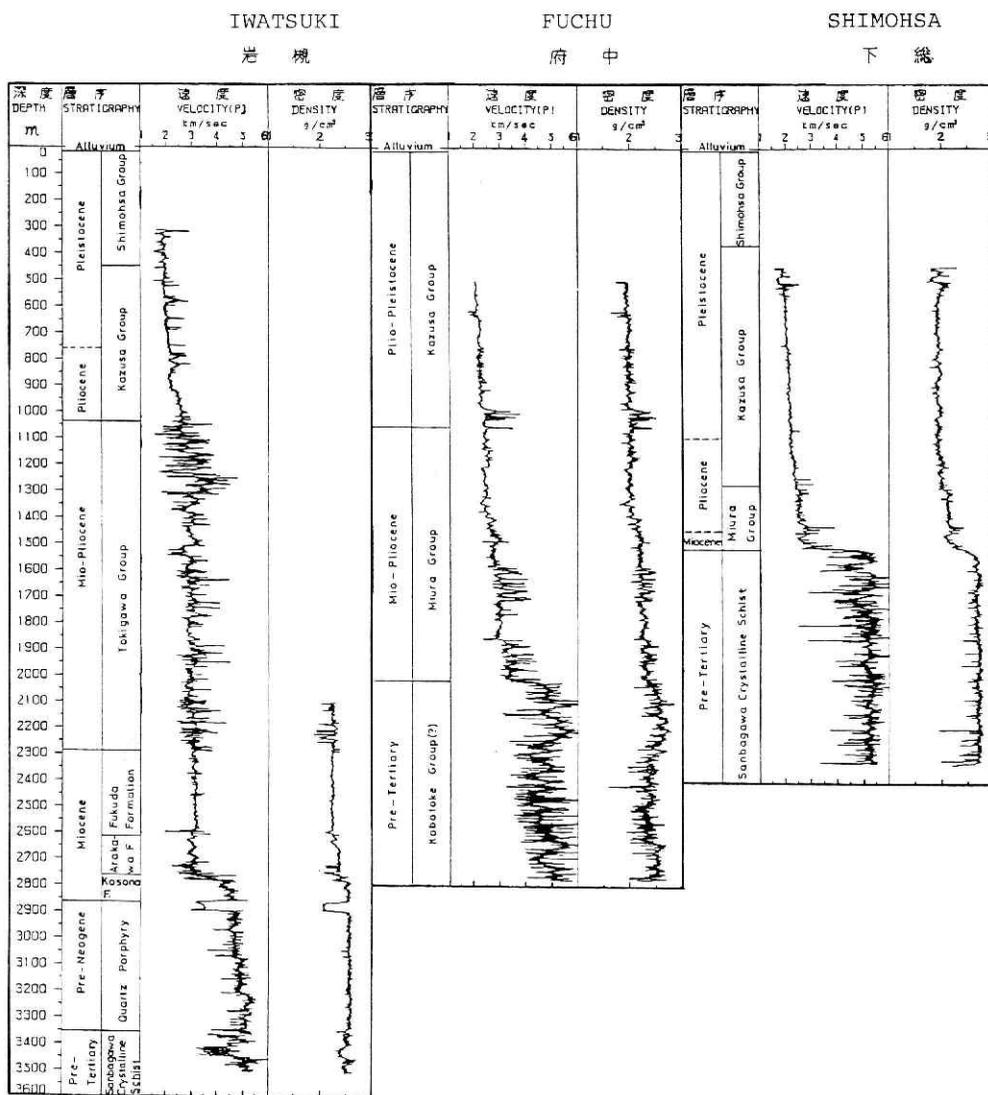


図2 a 関東地方の深層地震観測井(防災センター)におけるP波速度及び密度検層図(鈴木・他(1981), 図3より)。

Fig. 2a P wave velocity and density logs of the seismological observation wells (The National Research Center for Disaster Prevention) in Kanto, Japan [after Suzuki et al. (1981), Fig. 3].

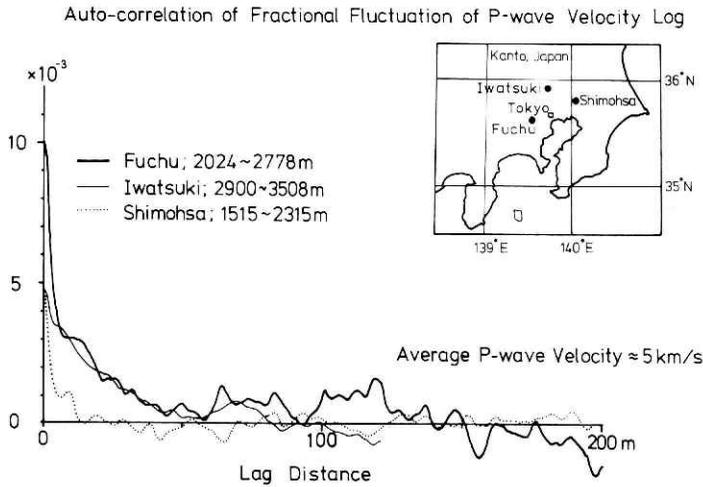


図2 b 深層観測井の位置、及び無次元化したP波速度のゆらぎの自己相関々数 [木下繁夫 (1980), 私信].

Fig. 2b Location of three wells, and autocorrelation functions of the fractional fluctuation of P wave velocity log [after S. Kinoshita (1980), private communication].

## 2.2 露頭調査

### 2.2.1 幌満超塩基性岩体

地表の地質調査からも、地中深部での不均質構造を類推する手がかりを得ることができる。北海道の日高変成帯の西南端に位置する幌満超塩基性岩体は、そのひろがり $8 \times 10 \text{ km}^2$ 、深さが3 km以上の厚い岩床状の形態を持ち、造山帯へ貫入した上部マントル起原の岩床と考えられている (Niida, 1974)。層状構造が良く発達しており、その基本はダナイト・レールゾライト・斜長石レールゾライトであって、少量のガプロとパイロキシンを含む。岩体の下層での構造を図3 aに示すが、各層厚は数10mから数100 m程度の互層となっており、不均質性が著しい。小畑・永原 (1984) は、層序に直交するように測線を選び、その上から採取した岩石の化学分析を行った。彼らは、図3 bに示されるように二三の不連続はあるものの、基本的には各種化学パラメーターが、互いに良い相関を保ちながら、波長100 mから数100 m程度で層序に従って滑らかに波打ち変化するパターンを得ている。

### 2.2.2 オフィオライト

大陸や島弧の附近などの縁辺部において、海洋性リソスフェアの断片、オフィオライトを見つけることができる。これは、かつて海嶺の軸部でつくられた海洋性リソスフェアが、海洋プレートの拡大にともなって大洋底を移動し、最後に海水準よりも高く上昇したものと考

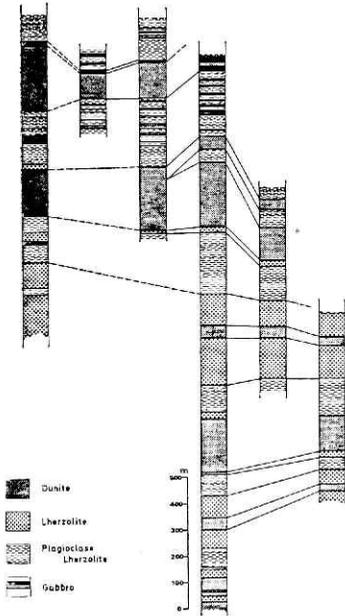


図 3 a 北海道, 幌満超塩基性岩体の岩相の断面図  
[Niida (1974), 図6より].

Fig. 3a Sectional view of rock types of the Horoman ultramafic massif in Hokkaido, Japan [after Niida (1974), Fig. 6].

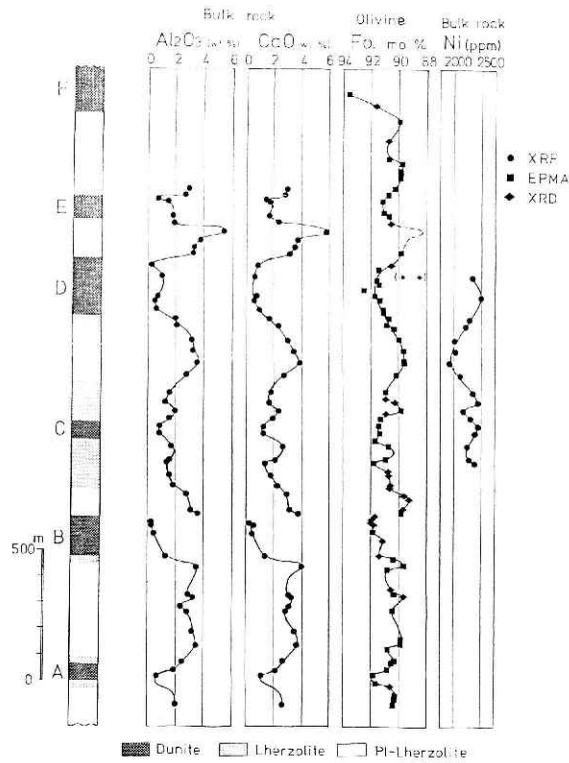


図 3 b 幌満超塩基性岩体の化学組成の距離変化 [小畑・永原 (1984)].

Fig. 3b Spatial change in the chemical composition of the Horoman ultramafic massif [after Obata and Nagahara (1983)].

えられている。

Salisbury and Christensen (1978) は、Newfoundland の the Bay of Islands (ophiolite) complex (図 4 a) の内の、the Blow-Me-Down massif の調査を行った。ここでは、北西から南東の方向に、変成玄武岩・岩脈・パイロキシングabbro・オリビンガabbro・超マフィック岩類の順に層状に並んでいることから、この方向の水平距離を海洋底にあった時の鉛直方向の深さと解釈できる。彼らは、採取した60ヶの岩石のP波及びS波速度を測定し(図 4 b)、海洋性地殻の地震波速度構造との対比を行った。地表で採取した岩石は、

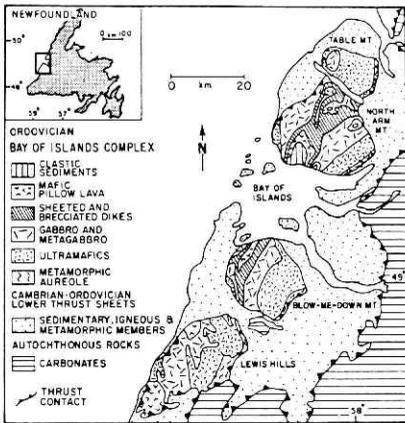


図 4 a ニューファウンドランド, the Bay of Islands complex の地質 [Williams (1971) より].

Fig. 4a Geology of the Bay of Islands complex, Newfoundland [after Williams (1971)].

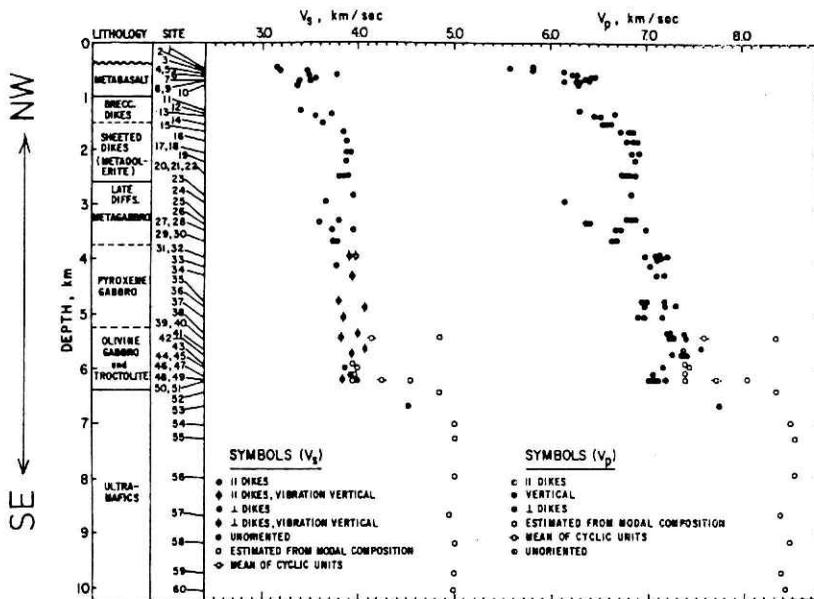


図 4 b The Blow-Me-Down massif における, P波及びS波速度の深さに対する変化 [Salisbury and Christensen (1978), 図 5 より].

Fig. 4b P and S wave velocities as a function of depth in the Blow-Me-Down massif [after Salisbury and Christensen (1978), Fig. 5].

風化・封圧の減少・脱水・新しいクラックの生成・蛇紋岩化等によって、一般に速度が低下していることが知られている。しかし、この the Bay of Islands complex の岩石は、テクトニックな移動後に熱変成を受けておらず、風化もきわめて少ないという利点がある。地震波速度構造の第3層に対応する深さ 1.3 ~ 6.4 kmの間は、メタドレライト・メタガブロ・パイロキシングブロ・トロクトライト・オリビンガブロであり、P波速度は 6.75 ~ 7.4 km/sec、S波速度は 3.75 ~ 3.9 km/sec と、深さと共にゆっくり増加してゆくが、平均値からのばらつきは 3 ~ 4 %程度あることが図 4 b からわかる。

Karson (1982) は、この南西に位置する the Lewis Hill massif を東西に調査し、採取した岩石の P 波速度を測定した。この地塊は他の地塊のようにはきれいな層状配列をなさず、トランスフォーム断層による海洋性リソスフェアの破砕帯の断片と考えられている。彼の測定 (図 4 c) によれば、P 波速度の平均からのばらつきは 15%程度あり、the Blow-Me-Down massif のそれよりもかなり大きい。

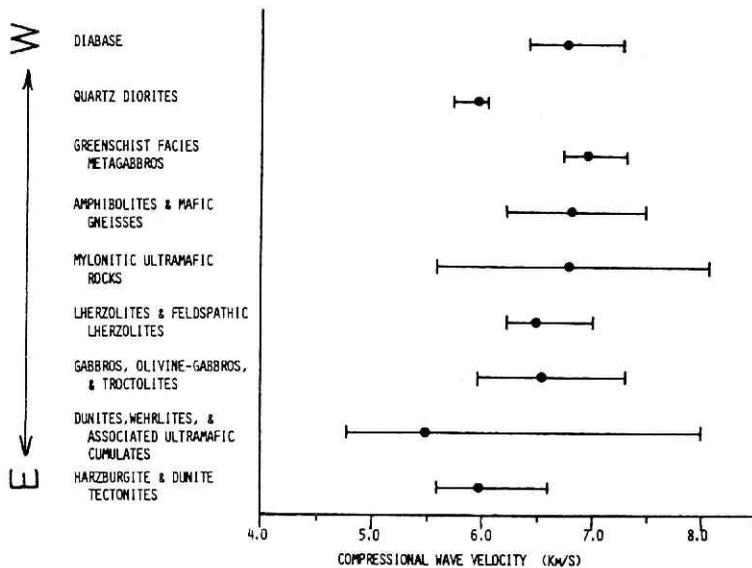


図 4 c The Lewis Hill massif における P 波速度. 各岩層に対応する圧力下での平均値を黒丸で、その範囲を棒線で示す [Karson (1982), 図 3 より].

Fig. 4c Bar graph showing the mean and range of P wave velocities for the various rock groups in the Lewis Hill massif at confining pressures appropriate to each group [after Karson (1982), Fig. 3].

### 2.3 VIBROSEIS による探査

最近の有力な深部反射探査の手法として、VIBROSEIS法 (the Continental Oil

company の登録商標)がある。北米大陸では COCORP (Consortium for Continental Reflection Profiling) が精力的に探査をくりひろげており、その測線の延べ長さは 800 km 以上となっている。一度に 5 台の 13.5 トンの 同期振動源から、8 ~ 32 Hz の P 波を 20 sec 間隔で発生させ、地下で反射された波を約 10 km に展開した地震計群によって捕らえる。多重波形解析によって、反射係数、即ち音響インピーダンス (= P 波速度 × 密度) 比、の強度分布を往復時間の関数として高い精度で求めることができる。往復時間の最大が 25 sec 程度、深さにして 75 km 附近からの反射波を捕らえることに成功している。図 5 は Schilt et al. (1979) による南西ワイオミングの地下構造であり、実線は強い反射面を表わしている。中央右下りの太い実線は、地表の断層 (the Wind river thrust) の延長であり、傾斜角 30° で深さ 25 km 近くまで追跡することができる。この方法はほぼ鉛直方向の反射を調べているので、深さ方向のインピーダンス変化を検出しやすく、反射面は水平方向のひろがりを持つものが多くはあらずであるが、それでもかなりの傾斜を持った反射面が検出されている。

Schilt et al. は、(1)地殻は数 km から 10 km 程度のスケールで見るとかなり不均質である、(2)地殻内には多くの反射面が見られるが、コンラッド面に対応するようなはっきりとした反射面は見出すことができない、(3)モホ面は単一の反射面というわけではなく、いろいろな長さの反射面の集まりで、厚さ数 km の層状遷移帯とも呼ぶべき性質のものである、(4)モホ面より下の探査例はあまり多くないが、地殻の中よりは不均質性は少ないようである、と COCORP の調査結果をまとめている。Oliver et al. (1983) は、さらに、「地殻は薄い堆積層と花崗岩層及びその下の玄武岩層から成り、その下のマントルとは速度構造上モホ面で

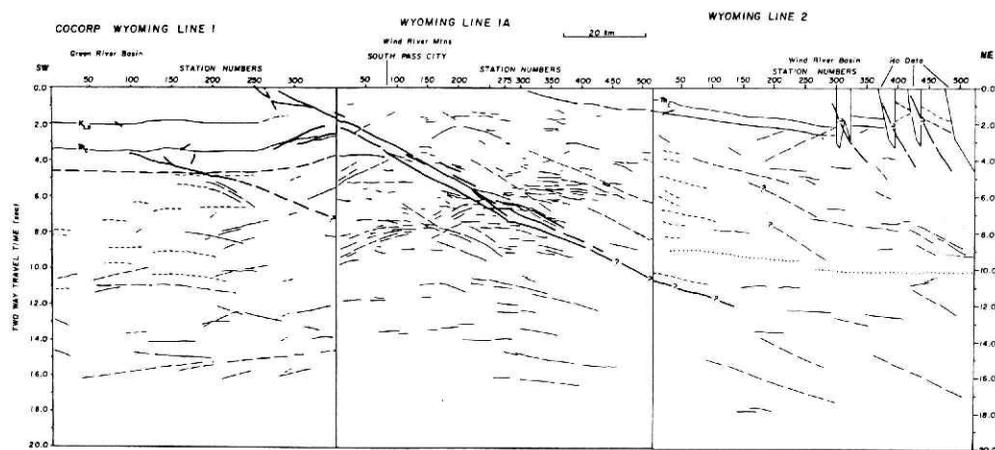


図 5 VIBROSEIS法によって得られた、南西ワイオミングの地下の地震波反射面の分布 [Schilt et al. (1979), 図 4 a より].

Fig. 5 Composite line drawing of seismic sections in southwestern Wyoming obtained by using the VIBROSEIS technique [after Schilt et al. (1979), Fig. 4a].

はっきりと区別される』というような単純な描像は成り立たず、不均質性はかなり強いらしい」と述べている。

#### 2.4 三次元インバージョン法

地震波の波長にくらべてゆっくりと変化するような大局的速度構造の調査には、地震波の初動走時データに基づく三次元インバージョン法 (Aki et al. 1977) が、かなりの成功をおさめている。この方法では地球をブロックに分割し、地表で観測される走時のばらつきを摂動計算によって波線が通ってきたブロックに最適分配して、速度構造を求める。ブロックの大きさは解析に用いる地震波の波長よりも十分に長い必要があり、かつ地震計の分布密度によっても制限される。通常は一辺30km程度に選ぶことが多く、得られる速度構造は30km程度の波長のローパスフィルターを通して見た構造と考えられる。火山や地熱地帯ではさらに高密度のアレイ観測が行われており、一辺数kmの小さなブロックに分割して構造を求めるという試みもなされている。最近までの三次元インバージョン法による速度構造解析の結果の多くは、Aki (1982b) にまとめられている。

地殻から上部マントルにかけてのP波速度構造の山谷から、ゆらぎ  $\epsilon$  は、モンタナ州のL A S Aでは3.2% (Aki et al., 1976)、カリフォルニア州中部のUSGSのアレイでは3.1% (Husebye et al., 1976)、ノルウェーのNORSARでは3.4% (Aki et al., 1977)、関東地方では6~7% (Horie and Aki, 1982)、関東・東海地域では図6 aに示すように6% (Ishida and Hasemi, 1984)、と推定される。中央アジアのパミール・ヒンズークシでは、P波とS波両方のインバージョンが試みられており (図6 b)、6~8%近い大きさのゆらぎが検出されている (Roecker, 1982)。

逆に、速度構造が不均質な時に初動がどう観測されるかを、Mereu and Ojo (1981) は考察している。深さと共に一次で増加する速度構造の上に、ガウス型のゆらぎ ( $\epsilon = 3\%$ ,  $a = 10 \sim 15\text{km}$ ) を重ね合わせた構造をつくり、その中を地震波が伝わった時に地表で観測されるであろう走時曲線を数値計算でシュミレートし、標準の走時曲線からかなりばらつくことを例示している。

#### 2.5 実体波の三次元軌跡

弾性体が一樣な構造であれば、P波の振動は波線方向のみであり、S波の振動は波線に直交する面内のみである。しかし実際に観測される地震波の三次元軌跡は、P波相でもかなり波線に直交する成分を持っているし、S波相も波線方向の成分を持つ。これは、震源と観測点とを結ぶ波線の周辺で散乱された波によるものと考えべきで、リソスフェアの不均質性を直接的に表わしているといえよう。Matsumura (1981) は、深さ3.5kmの岩槻観測井 (図2) の孔底に設置された三成分速度型地震計 (固有周波数1 Hz) によって捕らえられた

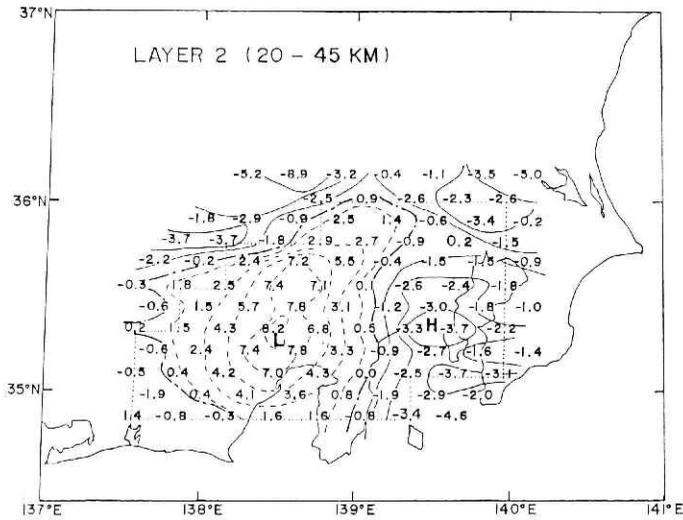


図 6 a 三次元インバージョン法によって求められた速度構造, 関東・東海地域の深さ20~45kmにおけるP波速度水平構造. 数字はSlownessの偏差(%) [Ishida and Hasemi (1984), 図16-2より].

Fig. 6 (a) Velocity structure determined by the three-dimensional inversion method: horizontal structure of P wave velocity for depths from 20 to 45 km in the Kanto-Tokai area, Japan. Numerals are percent changes from the initial P wave slowness [after Ishida and Hasemi (1984), Fig. 16-2].

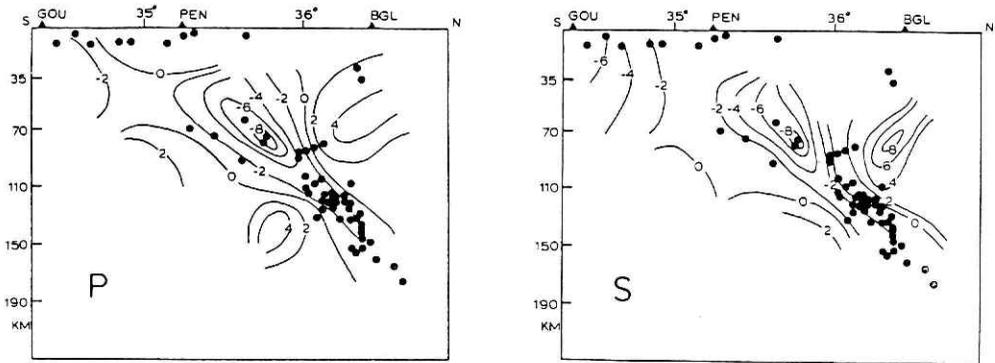


図 6 b 三次元インバージョン法によって求められた速度構造. 中央アジア, パミール・ヒンズークシにおけるP波及びS波速度構造の鉛直断面図. 数字は速度の偏差(%) [Roecker (1982), 図7より].

Fig 6 (b) Velocity structure determined by the three dimensional inversion method: vertical sectional view of P and S wave velocity structure in the Pamir-Hindu Kush region, central Asia. Numerals are percent changes from the initial wave velocity [after Roecker (1982), Fig. 7].

地震波について、三次元軌跡の解析を行った。主要動を含む 0.8 sec 間の三成分波形から共分散テンソルをつくり、その主軸問題を解いたのである。孔底における地表反射波の往復時間は、鉛直入射の場合、P波で 2.5 sec, S波で 6.3 secなので、地表からの反射波の影響を無視することができる。中間固有値と最大固有値との比が小さければP波相の三次元軌跡は針状になり、最小固有値と最大固有値の比が小さければS波相の軌跡は扁平になり、共に散乱が弱い、即ち不均質性が小さいということになる。逆に、これらの比が1に近づく軌跡は球状になり、散乱がかなり強くて不均質性が大きいということを表わす。関東地方に発生した地震のS波相を解析して得た、最小固有値と最大固有値の比を、震源上にプロットしたのが図7である。一観測点での解析結果ではあるが、岩槻より北側の深さ 100 km以浅には、かなりの不均質性が存在することがわかる。

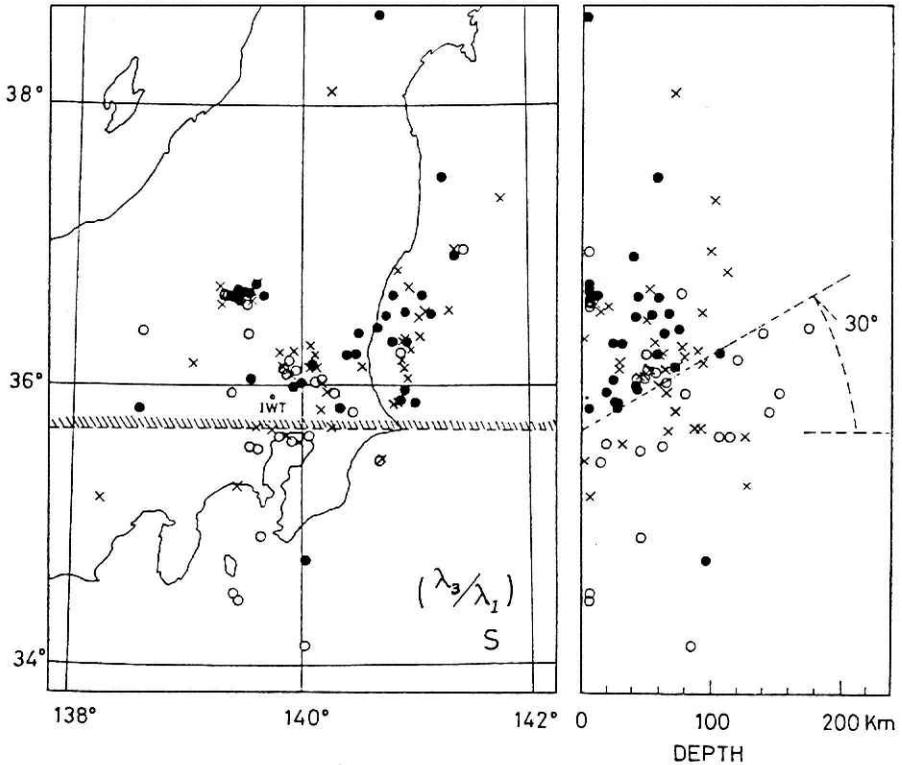


図7 S波相 0.8 sec 間の三次元軌跡のアスペクト比(最小/最大固有値)の分布。白丸は 0 ~ 0.38, ×印は 0.38 ~ 0.53, 黒丸は 0.58 ~ 1 を表わす [Matsumura (1981), 図15より]。

Fig. 7 Distribution of the aspect ratios (min./max.) for S wave three dimensional particle motion in 0.8 sec: ○, 0-0.38; x, 0.38-0.53; ●, 0.58-1. [after Matsumura (1981), Fig. 15].

## 2.6 遠地地震のアレイ観測

入射平面波とランダム構造による前方散乱波との干渉効果は、振幅と位相のゆらぎとしてあらわれる (Chernov, 1960)。遠地地震波は観測点近傍で平面波と考えられるので、これらのゆらぎをアレイ観測により測定して、速度構造のランダム性を定量的に求めることができる。

Aki (1973) は、P波速度のゆらぎにガウス型の自己相関関数を仮定して、L A S Aにおける遠地地震P波 (0.5 Hz帯) を解析し、 $\epsilon = 4\%$ 、 $a = 10\text{km}$ の不均質構造が深さ方向に厚さ60kmにわたってひろがっていると推定した。Capon (1974) は、同地で0.8 Hz帯の遠地地震P波データを解析し、 $\epsilon = 1.9\%$ 、 $a = 12\text{km}$ 、厚さ136kmと推定している。Berteussen et al. (1975) は、NORSARでの遠地地震P波データ (0.7 Hz帯) を解析することにより、小アレイで $\epsilon = 0.8 \sim 1.6\%$ 、 $a = 8 \sim 25\text{km}$ 、大アレイで $\epsilon = 0.5 \sim 2.0\%$ 、 $a = 30 \sim 60\text{km}$ 、共に厚さ100km以上というランダム構造の存在を推定している。Vinik (1981)も、NORSARの同データを解析して、 $\epsilon = 1.6\%$ 、 $a = 13\text{km}$ を得ている。

## 3. Sコード波

### 3.1 明瞭な散乱現象

近地震 (マグニチュード  $M_L \lesssim 5$ ) のSコード波については、次のような性質がわかっている。

- (A) 小アレイ観測によれば、Sコード波は震源から到来する平面波ではなく (Aki et al., 1958; Aki and Tsujiura, 1959), incoherentな散乱波である。
- (B) 異種地盤での増幅特性は、S波とSコード波では一致し (Tsujiura, 1978), 地下3.5kmでも地表と同じようなSコード波が観測される (Sato, 1978) ことから、少なくとも1Hzより高周波数側のSコード波は散乱されたS波である。
- (C) Sコード波振幅の時間変化の仕方は安定しており、震源距離や波線の通ってきた道すじにはほとんど依存しない (図8参照)。
- (D) P波到着時から地震動がノイズレベルにかくれるまでの時間 (通称、f-P時間:  $t_{f-p}$ ) の対数と、振幅から求めた地震マグニチュード  $M_L$  との間には、強い正の相関がある (Bisztricsany, 1958; Soloviev, 1965; Tsumura, 1967)。

Sコード波の振動継続時間は、震源における破壊継続時間よりもずっと長く、地表近くの低速度堆積層内の重複反射程度では説明できない。Aki (1969) は、Sコード波はひろく分布する不均質構造による後方散乱波であるという解釈を提唱し、Aki and Chouet (1975) は上記性質 (A), (B), (C) を仮定した上で、震源におけるSコード波振幅の時間変化を求めた。震源時から  $t$  sec後に観測されるSコード波を、S波速度を  $\beta_0$  km/secとして、半径( $\beta_0 t /$

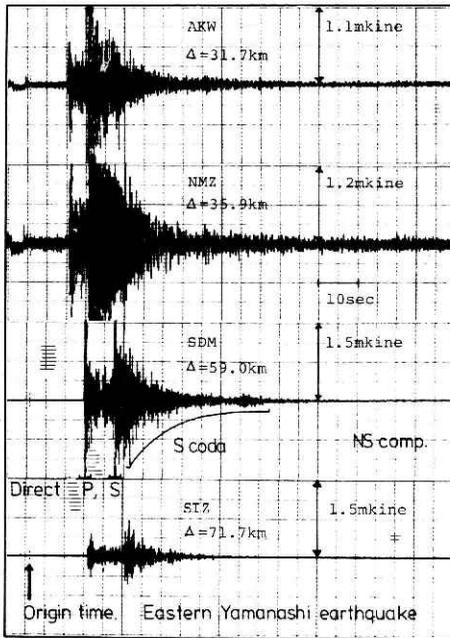


図8 近地小地震の記象例。

Fig. 8 Seismograms of small local earthquakes.

2)kmの球面上に分布する不均質構造によって後方散乱された波の重ね合わせであると考え、減衰を考えなければその振幅は  $t^{-1}$  に比例して減少することを示した。

性質(A)から、Sコード波に関する限り位相情報を捨てて振幅のみを考察する、即ちエネルギー論的な方法を適用できることがわかる。断層モデルを考えると、震源からのエネルギー放射は圧倒的にS波の形でなされるから、性質(B)と合わせて考えると散乱のモードとしては実質的にはSS散乱のみを考えれば良い。筆者は、リソスフェアに散乱体が一樣かつランダムに分布しているものと仮定し、一次散乱波のエネルギーを加え合わせることによってSコード波エネルギー密度の「時空分布」を理論的に求め、性質(C)、(D)を導くことに初めて成功した(Sato, 1977a, 1982c)。

### 3.2 一次散乱理論

多くの観測や調査が示すように、リソスフェアはかなりランダムな不均質構造を持つ(第2章)。このランダム構造は、地震波に対して散乱体として働く。ここでは、三次元的にひろがるランダム構造を、等価的に散乱体がランダムかつ一樣に分布していると考えよう(図9)。弾性体のランダム構造がどのような散乱を生ずるかは、第5章において波動方程式に基き詳述する。

入射平面波が散乱体に当たると、放射状に散乱波が生じる。ここでは、SS散乱のみを考えることにしよう。入射S波の進行方向と( $\psi$ ,  $\zeta$ )の角度をなす単位立体角内へ、単位時間

に散乱されるエネルギーの時間平均 [erg/sec] と、入射波のエネルギー流束密度 [erg/sec · cm<sup>2</sup>] との比を、散乱微分断面積  $d\sigma/d\Omega$  [cm<sup>2</sup>] と呼ぶ (Landau and Lifshitz, 1959 a, p. 296). ここで  $\Omega$  は立体角をあらわす. 散乱体の分布密度を  $n$  [cm<sup>-3</sup>] とすると、単位体積当りの散乱微分断面積は  $n d\sigma/d\Omega$  であり、Chernov (1960) や Aki and Chouet (1975) は、この  $4\pi$  倍:

$$g(\psi, \zeta) = 4\pi n \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) \quad (3.1)$$

を散乱係数 (Scattering coefficient) と呼んでいる. 単位のエネルギー流束密度の入射波が単位長さ進んだ時に散乱されるエネルギーを、全散乱係数  $g_0$ , その逆数を平均自由行程  $\ell$  と呼ぶ.

$$g_0 = \ell^{-1} = \oint n \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) d\Omega = \frac{1}{4\pi} \oint g(\psi, \zeta) d\Omega \quad (3.2)$$

平面波がこの散乱体の分布する媒質内を距離  $\ell$  進むと、エネルギー流束密度は、散乱によるエネルギーロスで  $e^{-1}$  に減少する.  $g_0$  は  $g$  の立体角平均になっており、散乱が等方であれば  $g = g_0$  (一定) となる. 散乱による減衰  $Q_s^{-1}$  は、一周期当りのエネルギーロスであるから、角周波数を  $\omega$  として、

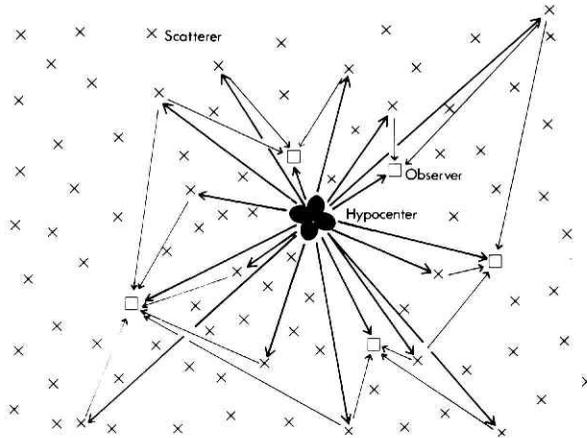


図9 S コーダ波生成の概念. S コーダ波は、ランダムに分布する不均質性によって一次散乱された波の重ね合せと考えられる.

Fig. 9 S coda waves are interpreted as a superposition of waves singly scattered by inhomogeneities randomly distributed.

$$Q_s^{-1} = g_0 \beta_0 / \omega = (\beta_0 / \omega) \oint n \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) d\Omega \quad (3.3)$$

と表わすことができる。

震源を座標系の原点に、観測点を第3軸上の震源距離  $r_0$  に選び、散乱体の座標を  $\vec{z}$  とする。 $\vec{z}$  の極座標を  $(r_a, \theta, \phi)$  とし、散乱角を  $\psi$  とする (図10参照)。S波の震源エネルギーを  $W_0$ 、エネルギー放射の角度分布を  $R(\theta, \phi)$  とする。ただし、 $\oint R(\theta, \phi) d\Omega = 4\pi$  と規格化されているものとする。球対称放射の場合には、 $R=1$  である。震源での破壊継続時間は充分短いものとして、放射の時間変化をデルタ関数  $\delta(t)$  で表わすと、 $\vec{z}$  における震源からのエネルギー流束密度は、

$$W_0 R(\theta, \phi) \delta(t - r_a / \beta_0) / (4\pi r_a^2)$$

と書くことができる。 $r_a$  が震源の大きさや波長にくらべて充分大きければ、散乱体の近傍では平面波とみなすことができる。簡単の為に散乱は軸対称と仮定し、その散乱係数を  $g(\psi)$  と書く。観測点方向の単位立体角内に単位時間に散乱されるS波のエネルギーは、単位体積当り

$$[g(\psi) / (4\pi)] \cdot W_0 R(\theta, \phi) \delta(t - r_a / \beta_0) / (4\pi r_a^2)$$

で与えられる。観測点におけるエネルギー密度は、これに観測点と散乱体との距離  $r_b$  の逆2乗をかけて、S波の伝播速度  $\beta_0$  で割ることによって得られる。散乱体がランダムに分布しているとすれば、異なる領域からの散乱波間の干渉は無視して良く、エネルギーの加法性が成り立つ。これを散乱体の分布する全空間にわたって積分することにより、一次散乱エネルギー密度  $E_1$  を得る。

$$E_1(r_0, t) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\psi) W_0 R(\theta, \phi)}{\beta_0 4\pi r_a^2 4\pi r_b^2} \delta\left(t - \frac{r_a + r_b}{\beta_0}\right) d\vec{z} \quad (3.4)$$

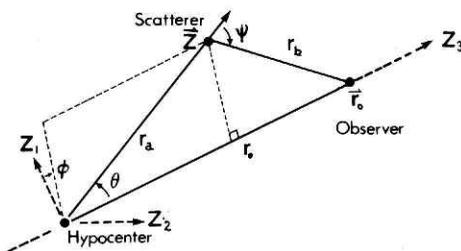


図10 震源をデカルト座標系の原点に、観測点を第3軸上に選ぶ。

Fig. 10 The hypocenter and the observer are located at the origin and on the third axis, respectively, in the cartesian coordinate system.

この定式化は Sato (1977 a) によって初めて与えられた。Kopnichev (1975) は、表面波の散乱を考へて、2次元の場合に同様の表現を得ている。散乱の強さ  $g$  があまり大きくないかぎり、S コーダ波のエネルギー密度は  $E_1$  で表わされる。この体積積分は、 $\delta$  関数によって  $r_a + r_b = \beta_0 t$  なる回転楕円面（以下では散乱殻と呼ぶ）の上の面積分となる。震源と観測点をを焦点とする扁長回転楕円座標系 (Morse and Feshbach, 1953, p.661) を導入すると、 $(r_a + r_b)/r_0$  を新しい座標の一つに選ぶことが出来て、この積分は容易になる。

$$\begin{cases} z_1 = (r_0/2) [(v^2 - 1)(1 - w^2)]^{1/2} \cos \phi \\ z_2 = (r_0/2) [(v^2 - 1)(1 - w^2)]^{1/2} \sin \phi \\ z_3 = (r_0/2) [1 + vw] \end{cases} \quad (3.5)$$

ここで  $(v, w, \phi)$  は扁長回転楕円座標で、その変域は  $1 \leq v < \infty$ ,  $-1 \leq w \leq 1$ ,  $0 \leq \phi < 2\pi$  である。震源は  $v = 1, w = -1$  に、観測点は  $v = 1, w = 1$  に対応する (図11参照)。  $v = (r_a + r_b)/r_0$  となり、 $\delta$  関数は  $\delta(t - (r_a + r_b)/\beta_0) = (\beta_0/r_0) \delta(v - \beta_0 t/r_0)$  と書くことができ、 $v = \beta_0 t/r_0$  は S 波の走時で規格化された時間と解釈することができる (図12)。以下では、 $v$  は  $\beta_0 t/r_0$  を表わすものとする。時間  $t$  の増加と共に、散乱殻は風船がふくらむように大きくひろがっていくことがわかる。散乱角  $\psi$  と輻射角  $\theta$  とは余弦定理から求められ、 $v$  をパラメーターとして互に関係づけられる (図13a)。

$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{1 + vw}{v + w} \\ \cos \psi = \frac{2 - v^2 - w^2}{v^2 - w^2} \end{cases} \quad (3.6)$$

輻射角  $\theta$  は常に  $0$  と  $\pi$  の間を動くが、散乱角  $\psi$  は与えられた  $v$  に対応して極小値  $\psi_{\min} = 2 \cos^{-1}(v^{-1})$  を持つ。時間がたつにつれて、S コーダ波生成に寄与する散乱角は、後方のみ

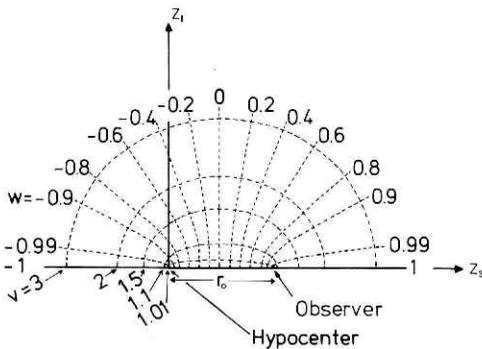


図11 扁長回転楕円座標系。震源と観測点をを焦点にとる。

Fig. 11 The hypocenter and the observer are taken at the foci of the prolate spheroidal coordinate system.

に制限されるようになることがわかる (図13b 参照).

こうして, 積分 (3-4) は扁長回転楕円座標系において

$$E_1(r_0, t) = H(v-1) \frac{W_0}{4\pi r_0^2} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 dw \frac{g(\psi) R(\theta, \phi)}{v^2 - w^2} \quad (3.7)$$

と書くことができる. ここで,  $H$  は階段関数である. デカルト座標系から扁長回転楕円座標系へ変換することによって, 体積積分 (3.4) におけるデルタ関数の積分を実行できることは, Sato (1977a) によって初めて示された.

散乱の強さ  $g$  が大きいときには, 多重散乱の考察が必要となる. これまで, 拡散方程式に基く研究はいくつかなされてきた (Wesley, 1965; Dainty and Toksöz, 1981) が, その解には波の伝播の概念が失われている. Kopnichev (1977) や Gao et al. (1983) は, 当節で述べた散乱エネルギーの加算法によって, 高次の散乱まで考慮した S コーダ波のエネ

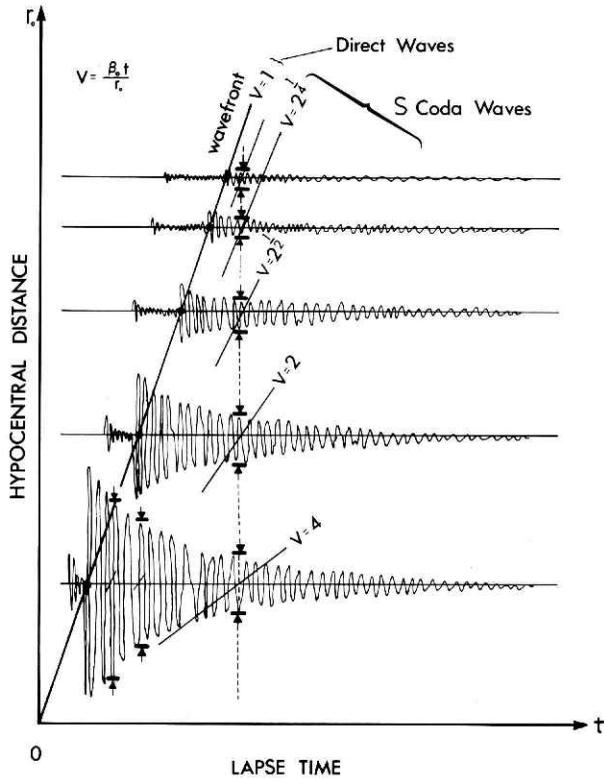


図12 パラメータ  $v$  は, S 波の走時 ( $r_0/\beta_0$ ) によって規格化された時間.

Fig. 12 Parameter  $v$  is the time normalized by the S wave travel time ( $r_0/\beta_0$ ).

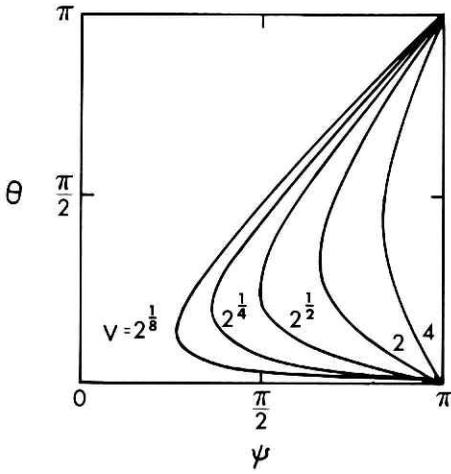


図13 a 輻射角  $\theta$  と散乱角  $\psi$  の関係 [Sato (1982c), 図2より].

Fig. 13a Relation between radiation angle  $\theta$  and scattering angle  $\psi$  for several values of  $\nu$  [after Sato (1982c), Fig. 2].

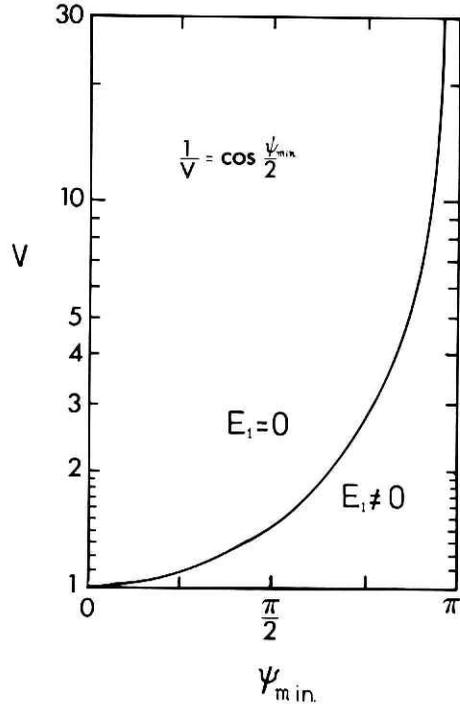


図13 b  $\nu$  と  $\psi_{\min}$  との関係 [Sato (1982c), 図4 aより].

Fig. 13b Relation between  $\nu$  and  $\psi_{\min}$ . [after Sato (1982c), Fig. 4a].

ルギー密度の震源における時間変化を計算している。等方散乱を仮定して定式化を試みているが、エネルギー保存則を満たすようには完成していない。しかし、本稿では散乱は弱いものとして一次散乱理論による考察に限定し、この問題には立入らないことにする。

### 3.2.1 球対称輻射・等方散乱の考察

震源からのエネルギー輻射が球対称 ( $R=1$ ) で、散乱が等方 ( $g=g_0$ ) の場合には、(3.7) は簡単に積分することができて初等関数で表わされる (Sato, 1977a). この場合の一次散乱エネルギー密度を  $E_{SIS}(r_0, t)$  と書こう. 添字 SIS は, Single Isotropic scattering and Spherical source radiation (一次等方散乱・球対称輻射) の略である.

$$E_{SIS}(r_0, t) = H(\beta_0 t / r_0 - 1) \frac{g_0 W_0}{4\pi r_0^2} K(\beta_0 t / r_0) \quad (3.8)$$

ここで

$$K(x) = \frac{1}{x} \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \approx 2/x^2 \quad x \gg 1 \quad (3.9)$$

$K(x)$  は、 $x \rightarrow 1+$  で対数発散し、 $x \rightarrow \infty$  で  $2/x^2$  に漸近する (図14).  $K(x)$  が対数発散するといっても、 $E_{SIS}$  の全空間積分は有限である. 得られた  $E_{SIS}$  の時空分布を図15に示す. 空間分布から、 $E_{SIS}$  は速度  $\beta_0$  で外側にひろがる波面の内側にエネルギーだまりを持つが、震源の近くでの分布は非常に滑らかであることがわかる.  $E_{SIS}$  の時間変化の図から、S波の走時よりも充分時間がたつと、 $E_{SIS}$  は震源距離によらず、点線で示されるような時間のみ関数

$$E_{SIS}(r_0, t) \approx \frac{g_0 W_0}{2\pi \beta_0^2 t^2} \quad \beta_0 t \gg r_0 \quad (3.10)$$

に漸近する.

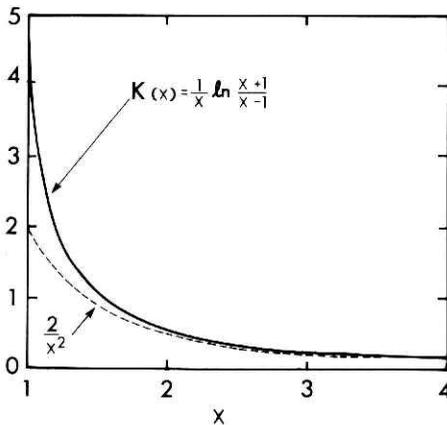


図14 関数  $K(x)$ . 破線は  $x$  が大きいときの漸近曲線  $2/x^2$  [Sato (1977a), 図2より].

Fig. 14 Functional form of  $K(x)$ . A broken line shows the asymptote,  $2/x^2$ , for large  $x$  [after Sato (1977a), Fig. 2].

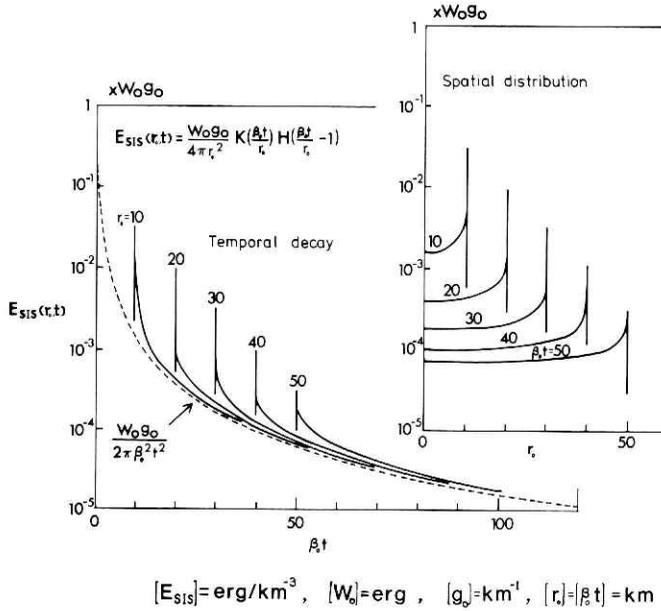


図15 一次散乱エネルギー密度  $E_{SIS}(r_0, t)$  の時間変化と空間分布 [Sato (1982c), 図3より].

Fig. 15 The temporal decay and the spatial distribution of  $E_{SIS}(r_0, t)$  [after Sato (1982c), Fig. 3].

一次散乱エネルギー密度 (3.8) とその漸近解 (3.10) との比は、次のように与えられる。

$$\frac{\beta_0 t}{2 r_0} \ln \left( \frac{\beta_0 t + r_0}{\beta_0 t - r_0} \right) \approx 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{r_0}{\beta_0 t} \right)^2 \quad \beta_0 t \gg r_0 \quad (3.11)$$

この比は、時間の経過と共に1に近づく(図16)。  $t = 2 r_0 / \beta_0$  でこの比は1.1となり、誤差10%で一致すると考えてよい。すなわち、経過時間がS波の走時の2倍以上であれば、Sコーダ波のエネルギー密度は震央からの距離によらず、性質(C)を導くことができたことになる。

求められた一次散乱エネルギー密度  $E_{SIS}$  は  $g_0$  の一次式で与えられている。この導出では、直達波のエネルギー伝播関数として  $W_0 \delta(t - r_0 / \beta_0) / (4\pi \beta_0 r_0^2)$  を用いており、これを全空間で積分すると当然のことながら  $W_0$  となる。しかし、 $E_{SIS}$  を全空間で積分すると  $g_0 W_0 \beta_0 t$  となり (Sato, 1977a, Appendix B)、時間と共に一次散乱エネルギーが増加してしまい、エネルギー保存則が  $g_0$  の一次で破綻していることがわかる。これは、直達波が散乱によって減衰することを考えていなかったからである。直達波のエネルギー伝播関数として、散乱減衰を考慮して  $\exp(-Q_S^{-1} \omega t)$  をかけたものを用いると、直達波のエネルギーは  $W_0 \exp(-Q_S^{-1} \omega t)$  となり、一次散乱エネルギーは  $g_0 W_0 \beta_0 t \exp(-Q_S^{-1}$

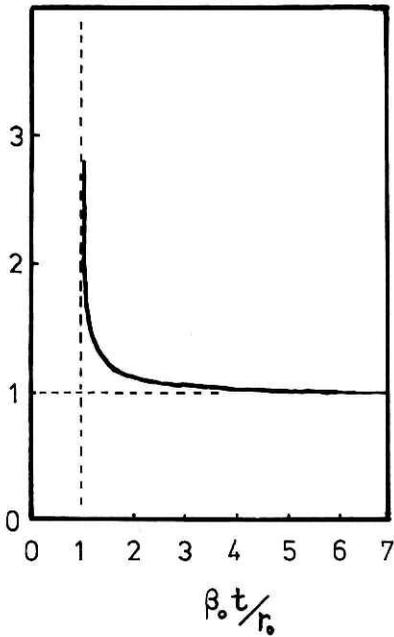


図16 一次散乱エネルギー密度  $E_{S1S}(r_0, t)$  の漸近解に対する比 [Sato (1977a), 図6より].

Fig. 16 Dependence of the ratio of the energy density of singly scattered waves to its asymptote on  $v$  [after Sato (1977a), Fig. 6].

$\omega t$ ) となる.  $g_0$  の一次でエネルギー保存則を満たすためには, 散乱による減衰として  $Q_S^{-1} = g_0 \beta_0 / \omega$  とすれば良く, 当然の事ながら (3.3) と一致する.

一次散乱エネルギー密度が雑微動のエネルギー密度  $E_{NOISE}$  に一致する時間を  $t_f$  とすると, (3.10) を用いて

$$\frac{W_0 g_0}{2\pi \beta_0^2 t_f^2} e^{-g_0 \beta_0 t_f} = E_{NOISE} \quad (3.12)$$

ここでは, 散乱減衰の寄与を  $\exp(-g_0 \beta_0 t)$  の形でとり入れてある. この対数をとると,

$$\log W_0 = 2 \log t_f + g_0 \beta_0 t_f \cdot \log e + \text{Const.} (g_0, E_{NOISE}, \dots) \quad (3.13)$$

$\beta_0 = 4 \text{ km/sec}$  として, 1 Hz より高周波数側では, 後に第3節に示すように  $g_0 \approx 10^{-2} \text{ km}^{-1}$  (Sato, 1978; Aki, 1980b) であり, 地震マグニチュード  $M_L$  から Gutenberg-Richter の式

$$\log W_0 = 1.5 M_L + 11.8 \quad (3.14)$$

を用いて  $W_0$  を推定すると, (3.13) は

$$M_L = 1.33 \log t_f + 0.017 t_f + \text{Const.} (g_0, E_{\text{NOISE}}, \dots) \quad (3.15)$$

となる。\$M\_L\$ と \$t\_f\$ との関係を図17に示す。一般に、\$f-P\$時間 \$t\_{f-p}\$ [sec] と \$M\_L\$ との関係は

$$M_L = C_0 + C_1 \log t_{f-p} \quad (3.16)$$

と書かれるが、近地地震の場合は \$t\_{f-p}\$ と \$t\_f\$ とを同一視して良いであろう。\$S\$ コード波の卓越周波数が 1 Hz 以上であるのは、せいぜい \$t\_f\$ が 100 sec 位までであり、それ以上の時間が経過すると卓越周波数が低くなって、ここで採用した \$g\_0\$ の値が適当でなくなる。図17で、\$t\_f\$ が 10~100 secの間では、\$M\_L\$ の \$\log t\_f\$ に対する勾配 \$C\_1\$ の値は、観測から求まる勾配 2.5~4 (立川, 1983) とおおむね一致するので、性質(D)を説明できたことになる。

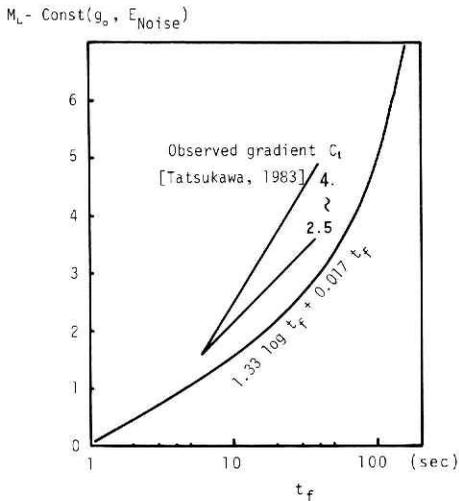


図17 地震のマグニチュード \$M\_L\$ と \$t\_f\$ との関係。

Fig. 17 Relation between earthquake magnitude \$M\_L\$ and \$t\_f\$.

### 3.2.2 非球対称輻射・非等方散乱の場合

より一般的な、非球対称輻射や非等方散乱の場合の一次散乱エネルギー密度 \$E\_1(r\_0, t)\$ を、前節で求めた球対称輻射・等方散乱の一次散乱エネルギー密度 \$E\_{SIS}(r\_0, t)\$, (3.8), を基準にして考察する (Sato, 1982c)。この比 \$N\$ は、\$v\$ の関数として表わすことができる。

$$N(v) = \frac{E_1(r_0, t)}{E_{SIS}(r_0, t)} = \frac{1}{2\pi K(v)} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 dw \frac{g(\psi) R(\theta, \phi)}{g_0 (v^2 - w^2)} \quad (3.17)$$

\$w\$ 上の積分を、散乱角 \$\psi\$ に関する積分に書きかえる。

$$N(v) = \int_0^\pi d\psi (1/2) \sin \psi B(v, \psi) \frac{g(\psi)}{g_0} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi R(\theta, \phi) \quad (3.18)$$

ここで  $(1/2) \sin \psi$  は、 $\psi$ 座標の積分要素である。積分核  $B$  は、

$$B(v, \psi) = \frac{H(\psi - 2 \cos^{-1}(v^{-1}))}{\sin(\psi/2) K(v) [1 - v^2 \cos^2(\psi/2)]^{1/2}} \quad (3.19)$$

であるが、 $\int_0^\pi d\psi (1/2) \sin \psi B(v, \psi) = 1$  と規格化されている。階段関数は、図13に示すように、 $\psi$ の変動域を時間  $v$  の増加につれて後方に制限する。図18 a に、 $v$  をパラメータとした  $B(v, \psi)$  の  $\psi$  依存性を示す。これは、 $\psi_{\min}$  の近くでは急増するが、 $\psi$  の増加と共に単調減少する。  $B$  の  $\psi_{\min}$  から始まる  $\psi$  上の積分が50%となる範囲を陰で、さらに80%となる追加部分を砂目で、図18 b に示す。  $\psi_{\min}$  近傍からの寄与がかなり大きいことと、時間がたつにつれて積分へ寄与する範囲が  $\pi$  の近傍のせまい部分に限定されるようにな

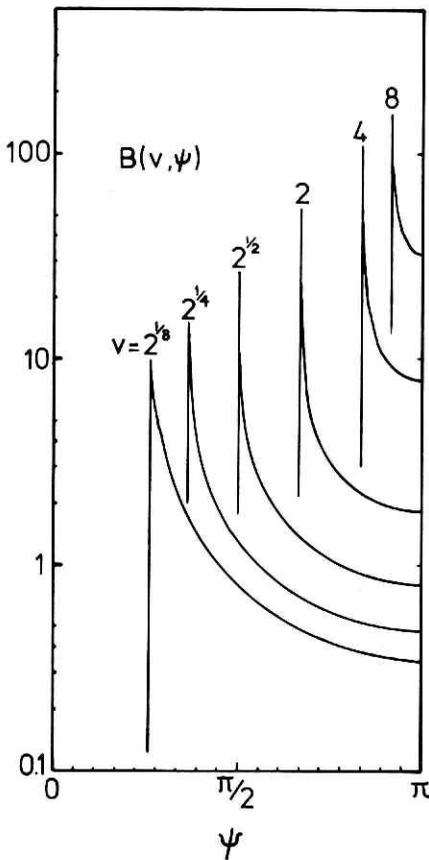


図18 a 積分核  $B(v, \psi)$  の散乱角  $\psi$  依存性。

Fig. 18a Dependence of the integral kernel  $B(v, \psi)$  on scattering angle  $\psi$  for several values of  $v$ .

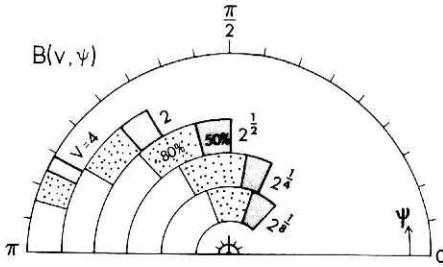


図18 b 散乱角  $\psi$  の積分への寄与率.  $f=R=1$  としたとき, 陰の部分の積分は50%, 陰部分及び砂目部分の積分は80%の寄与をする [Sato (1982c), 図4 c より].

Fig. 18b Contribution region of  $\psi$  to the integral of B. Integral over the shaded area gives a 50% contribution, and that over the shaded and the sand areas gives an 80% contribution to the whole integral, where  $f=R=1$  [after Sato (1982c), Fig. 4c].

ることがわかる.  $g(\psi)$  が  $\pi$  の近傍であり激しく変化しないならば, 充分時間のたった S コーダ波の励起から測定される散乱係数は,  $g(\pi)$  と考えて良いということである.

次に, N を輻射角  $\theta$  に関する積分に書きかえる.

$$N(v) = \int_0^\pi d\theta (1/2) \sin \theta C(v, \theta) \frac{g(\psi)}{g_0} \int_0^{2\pi} d\phi R(\theta, \phi) \quad (3.20)$$

ここで,  $(1/2) \sin \theta$  は積分要素である. 積分核 C は

$$C(v, \theta) = \frac{2}{K(v) [(v-1)^2 + 4v \sin^2(\theta/2)]} \quad (3.21)$$

であるが,  $\int_0^\pi d\theta (1/2) \sin \theta C(v, \theta) = 1$  と規格化されている. 図19 a に,  $v$  をパラメーターとした  $C(v, \theta)$  の  $\theta$  依存性を示す.  $v$  が小さいときには, 0 近くでの C の値は  $\pi$  附近での C の値よりもかなり大きい,  $v$  の増加につれて C の  $\theta$  依存性は小さくなり, いたるところで 1 に近づく. C の 0 からはじまる  $\theta$  上の積分が 50% となる範囲を陰で, さらに 80% となる追加部分を砂目で, 図19 b に示す.  $v$  が小さいうちは  $\theta$  が 0 附近の影響が大きく, 観測点方向への輻射が直達波ばかりでなく S コーダ波の励起にも直接ひびいてくることかわかる.  $v=4$  ともなると, 陰部分の輻射角は  $76^\circ$  近くまでになり,  $v$  の増加と共に輻射の非球対称性のコーダ波励起への影響はかなり平滑化される.

Sato (1982c) は, 断層モデルの非球対称輻射及び簡単な関数形で表わされる非等方散乱の場合について, S コーダ波の一次散乱エネルギー密度の時間変化を具体的に計算し,  $E_{SIS}$  との比較を行っている. 前節において, 球対称輻射・等方散乱の場合に導かれた S コーダ波の性質 (C) は, 定量的にはいくぶん差があるものの,  $v$  が大きいときには非球対称輻射・非等方散乱の場合でも成立することがわかる.

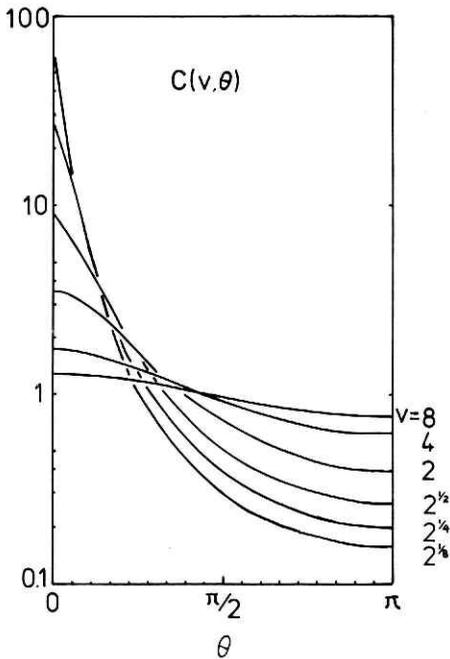
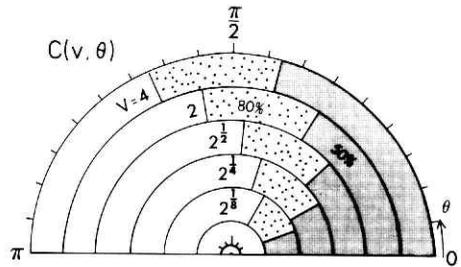


図19 a 積分核  $C(v, \theta)$  の輻射角  $\theta$  依存性.  
 Fig. 19a Dependence of the integral kernel  $C(v, \theta)$  on radiation angle  $\theta$  for several values of  $v$ .

図19 b 輻射角  $\theta$  の積分への寄与率.  $f=R=1$  としたとき, 陰の部分の積分は50%, 陰及び砂目部分の積分は80%の寄与をする [Sato (1982c), 図6 bより].

Fig. 19b Contribution region of  $\theta$  to the integral of  $C$ . Integral over the shaded area gives a 50% contribution, and that over the shaded and the sand areas gives a 80% contribution to the whole integral, where  $f=R=1$  [after Sato (1982c), Fig. 6b].



### 3.3 関東地方におけるSコード波の励起強度の測定

リソスフェアにおけるSコード波の励起の強さの信頼できる測定は, 筆者によって初めてなされた (Sato, 1978). 関東地方の下では, 東から太平洋プレートが, 南からはフィリピン海プレートが大陸プレートの下にもぐりこみ, 深さ 100 km 近くまでの地震活動はかなり高いことが知られている. 防災センターの岩槻観測井 (図2 b) では, 深さ 3.5 km の孔底に速度型地震計を設置して微小地震の観測を行っている (Takahashi and Hamada, 1975). 1976年4月から9月にかけては, 上下動成分について高感度  $5.5 \mu \text{kine/mm}$ , 低感度  $75.5 \mu \text{kine/mm}$  の2段で, フルスケール 40 mm p.p., 送り速度 5 mm/sec の可視 (紙) 記録が収録されており, 比較的広いダイナミックレンジの観測がなされていた (図20). 地震計の固

有周波数は1 Hz であるが、遅延装置の周波数特性が30 Hz 附近までしか延びておらず(図21 a), この記録は1~30 Hz 領域のものと考えて良い。

震源時からの経過時間  $t$  での, S コーダ波の平均的な両振幅を  $A_c(t)$  とする。水平動成分の記録との比較から, S コーダ波のエネルギーは三成分にほぼ平等に分配されているとみなすことができる(図20参照)。数秒の間ならば S コーダ波はほとんど定常とみなせるので, エネルギー密度  $E_{OBS}(t)$  は運動エネルギー密度の2倍として良い。質量密度を  $\rho_0$  とすると,

$$E_{OBS}(t) = 2 \cdot 3 \cdot \frac{\rho_0}{2} \frac{1}{2} \left( \frac{A_c(t)}{2} \right)^2 = \frac{3}{8} \rho_0 A_c(t)^2 \quad (3.22)$$

と書ける。一方, 理論的に導かれる一次等方散乱・球対称輻射のモデルのエネルギー密度は, (3.8) に減衰の補正をして

$$E_{SIS}(r_0, t) = (1/2) e^{-bt} \frac{W_0 g_0 K(t/t_s)}{4 \pi r_0^2} \quad t > t_s \quad (3.23)$$

ここで,  $t_s$  は直達S波の走時である。観測点が地表近くにあるので, 積分に寄与する散乱体の数は無限媒質の場合の半分とみなして, 因子(1/2)を乗じた。周波数帯を細かく分

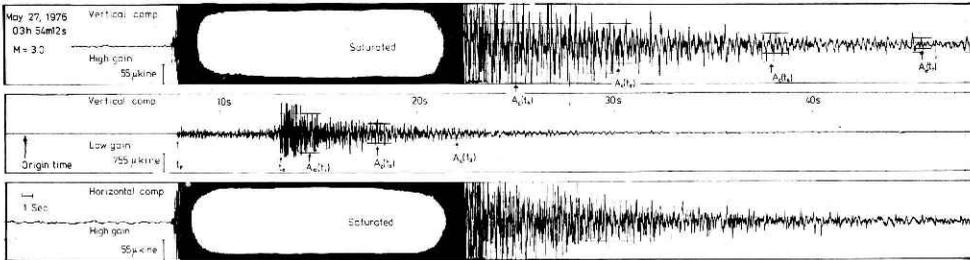


図20 S コーダ波解析に用いた可視記録例。

Fig. 20 An example of visible record used for the S coda wave analysis.

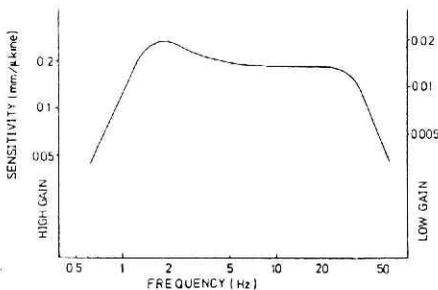


図21 a 岩槻深層地震観測施設の上下動速度型地震計の総合周波数特性(Sato (1978), 図1より)。

Fig. 21a Overall frequency characteristics for the velocity seismograph (vertical component) at the Iwatsuki observatory [after Sato (1978), Fig. 1].

けることができないので、減衰項は  $\exp(-bt)$  の形にしてある。散乱減衰のみならば、(3.3) で与えられるように時間当りの減衰は  $b = g_0 \beta_0$  であるが、他のメカニズムによる減衰も考えられるので、解析に当っては  $g_0$  と  $b$  とを独立のパラメーターとした。

孔底の地震計と地表との間には、厚い軟弱な堆積層がある。近傍の下総観測井(図2b)で行われたS大砲を用いた実験によれば、この堆積層の平均的な  $Q_s^{-1}$  は 3.5 ~ 20 Hz で  $2.5 \times 10^{-2}$  程度であった(Yamamizu et al., 1983)。この値を用いると、岩槻の深さ 3.5 km で観測される地表からの反射S波の振幅は、鉛直入射の場合に 4 Hz では14%へと大きく減衰するので、無視することができる。

地震マグニチュード  $M_L$  と震源パラメーターは、地震月報(気象庁)に報告されている値を採用し、この  $M_L$  から Gutenberg-Richter の式(3.14)を用いて  $W_0$  を推定した。解析に用いた地震の総数は69ヶであった。震央分布を図21bに、地震マグニチュードの頻度分布を図21cに示す。

(3.22) と (3.23) とを等しくおいて対数をとると、

$$-\log g_0 + [b \log e] \cdot t = \log \left[ \frac{W_0 K(t/t_s)}{8 \pi r_0^2} \right] - \log \left[ \frac{3}{8} \rho_0 A_C(t)^2 \right] \quad (3.24)$$

と書ける。記録紙上で最大8点の  $A_C(t)$  の値を読み(図20)、 $\rho_0 = 2.7 \text{ g/cm}^3$  として右辺の値を  $t$  に対してプロットする(図22)。S波を読みとることができないときには、P波の走時から、速度比を  $\sqrt{3}$  として、 $t_s$  を計算した。最小2乗法により回帰係数を求めると、

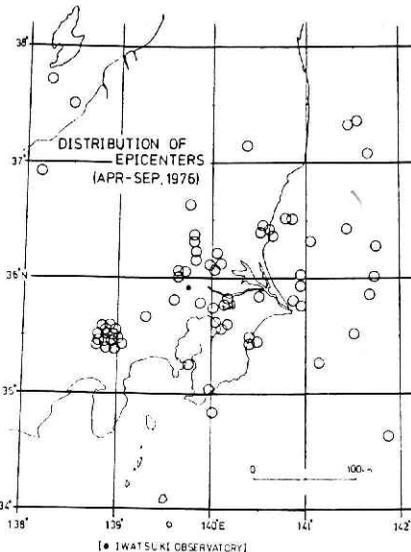


図21 b S コーダ波解析に用いた地震の震央分布 [Sato (1978), 図2より]。

Fig. 21b Epicenters of earthquakes used in the S coda wave analysis [after Sato (1978), Fig. 2].

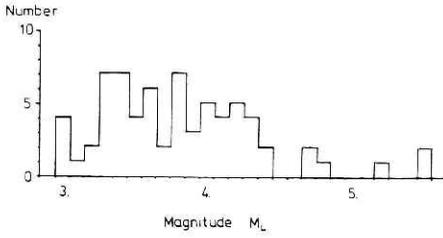


図21 c S コーダ波解析に用いた地震のマグニチュード頻度分布.

Fig. 21c Frequency distribution of earthquake magnitudes used in the S coda wave analysis.

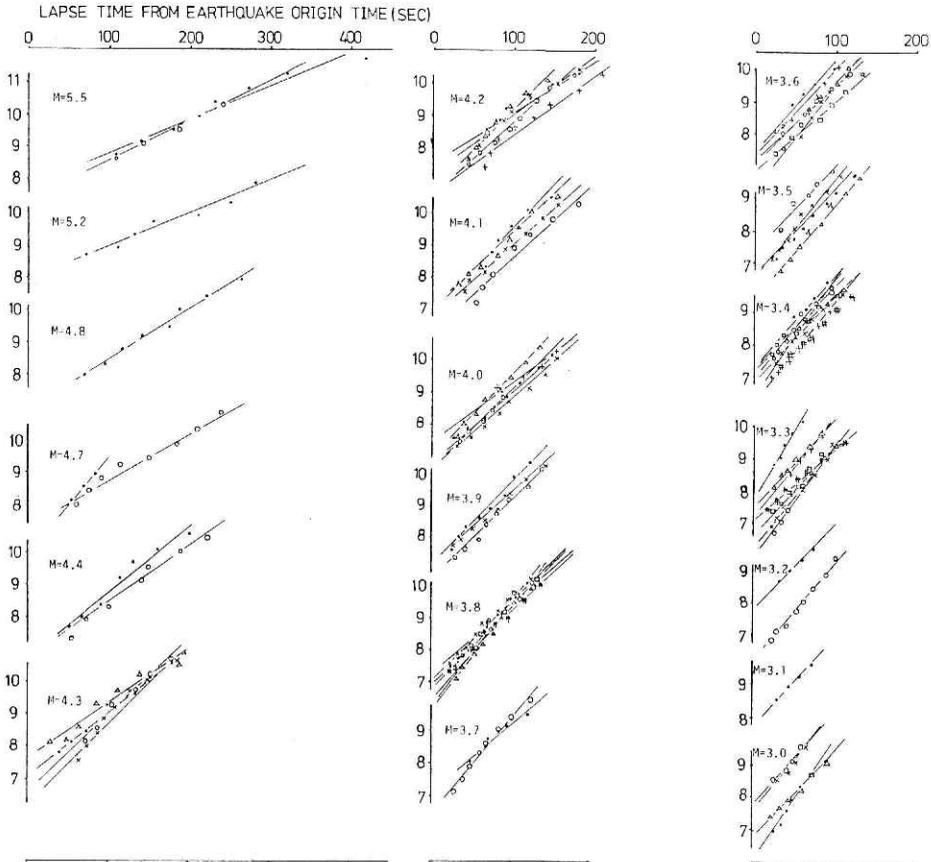


図22 (3-24)式右辺の経過時間に対するプロット, 及び回帰直線 [Sato (1978), 図3より].

Fig. 22 Plots of the right-hand of Eq. (3-24) against lapse time, and regression lines [after Sato (1978), Fig. 3].

地震ごとに  $g_0$ ,  $b$  が得られる. これらのパラメーターの  $M_L$  に対する分布は図 23 a, b に示す通りである:

$$\begin{cases} g_0 = 10^{-1.92 \pm 0.50} \text{ [km}^{-1}\text{]} = 1.2 \times 10^{-2} (3.8 \times 10^{-3} \sim 3.8 \times 10^{-2}) \text{ [km}^{-1}\text{]} \\ b = 0.1303 - 0.0191 M_L \text{ [sec}^{-1}\text{]} \end{cases}$$

(3.25)

マグニチュードの大きい地震の場合には、どうしても充分時間のたったSコーダ波部分の重みが増すが、この場合マグニチュードの増加と共に、一般に低周波数が卓越してくる。bが  $M_L$  の増加につれて減少するのは、低周波数で減衰が小さいことを反映しているであろう。散乱による時間当りの減衰は  $\beta_0 g_0 \approx 0.048$  となり、図23bにおける  $M_L = 4$  の時のbの値にはほぼ一致する。これは、精密な解析ではないものの、減衰のほとんどが散乱で説明できることを示唆している。

この測定では、Sコーダ波の  $t \gg 2 t_s$  の部分の重みがかなり大きい。3.2.2節で述べたように、前方の小さな散乱角の散乱はほとんどSコーダ波の励起には寄与しておらず、ほとんどが後方の  $\psi \approx \pi$  附近の散乱によるものであるので、ここで求めた  $g_0$  は  $g(\pi)$  とみなして良い。

筆者の解析の後、Aki (1980b)は、東京大学地震研究所の筑波及び堂平の近地地震観測記録を詳しく解析し、S波振幅から周波数毎の  $W_0$  を推定して、1~4 Hz では

$$g(\pi) = 2 \times 10^{-2} (1 \times 10^{-2} \sim 4 \times 10^{-2}) \text{ [km}^{-1}\text{]} \quad (3.26)$$

を得ている。

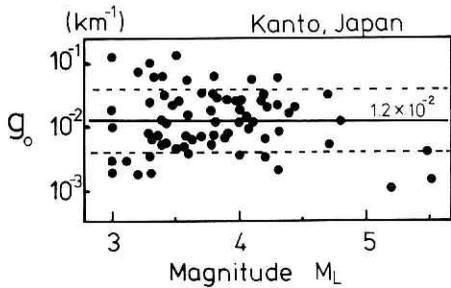


図23 a S波の全散乱係数  $g_0$  (=平均自由行程の逆数) の地震マグニチュードに対するプロット [Sato (1978), 図4より].

Fig. 23a Plots of total scattering coefficient  $g_0$  (=reciprocal of the mean free path) for S waves against earthquake magnitude [after Sato (1978), Fig. 4].

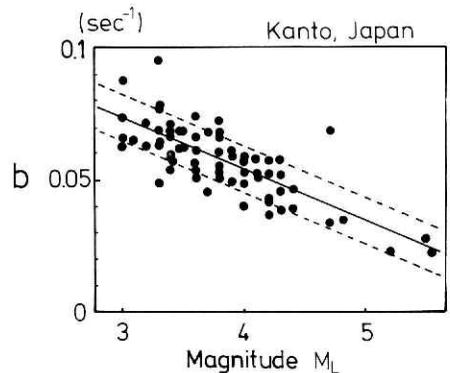


図23 b Sコーダ波の減衰係数bの地震マグニチュードに対するプロット [Sato (1978), 図5より].

Fig. 23b Plots of attenuation factor b for S coda waves against earthquake magnitude [after Sato (1978), Fig. 5].

#### 4. 地震波の振幅減衰

##### 4.1 関東地方における $Q_s^{-1}$ の測定

震源時から一定時間  $t_0$  経過後の周波数  $f$  [Hz] の S コーダ波振幅  $A_c(f)$  は、S 波の震源スペクトルを  $S_0(f)$  とすると、(3.10) に減衰を補正し、 $g_0$  を  $g(\pi)$  にかえて、

$$A_c(f) \propto \left[ \sqrt{g(\pi)} S_0(f) e^{-\pi f t_0 / Q_s(f)} \right] / t_0 \quad t_0 > 2 t_s \quad (4.1)$$

と書ける。たとえ多重散乱があっても、周波数変換がおきないかぎり、与えられた  $t_0$  での  $A_c(f)$  と  $S_0(f)$  とは比例するはずである：

$$A_c(f) \propto S_0(f) \quad (4.2)$$

一方、直達 S 波の振幅  $A_s(f)$  は震源距離  $r_0$  の点で、

$$A_s(f) \propto \left\{ S_0(f) e^{-\pi f r_0 / [\beta_0 Q_s(f)]} \right\} / r_0 \quad (4.3)$$

と書ける。観測点近傍での地盤による増幅率は、S 波と S コーダ波で同じとみなせる (Tsujiura, 1978) ので、 $A_s(f)$  と  $A_c(f)$  との比をとることによって、地盤特性と震源スペクトルの影響を共にとり除くことができる。

$$\ln \left[ r_0 A_s(f) / A_c(f) \right] = - \left\{ \pi f / [\beta_0 Q_s(f)] \right\} r_0 + \text{Const.} \quad (4.4)$$

震源からの輻射パターンの違いによる影響は、左辺の値を数多くの地震について平均することにより、平滑化することができるであろう。異なる  $r_0$  の地震について左辺の値を求め、 $r_0$  に対する回帰係数から距離減衰率  $\left\{ \pi f / [\beta_0 Q_s(f)] \right\}$  を得、 $f$  で割ることによって、 $Q_s^{-1}(f)$  が求まる。この  $Q_s^{-1}(f)$  の推定方法は Aki (1980a) によって提唱されたもので、単一観測点法 (Single station method) と呼ばれており、観測系の周波数特性にほとんど左右されないという利点を持つ。

1976年5月の1ヶ月間に、岩槻観測井の孔底に設置された水平動速度型地震計 (固有周波数 1 Hz) によって得られた、近地地震のアナログ磁気テープ記録を、この方法によって解析した (佐藤, 松村, 1980a)。総合周波数特性を図24aに示す。震源データは、東京大学地震研究所の観測網によって決められた値 (津村建四郎, 1979, 私信) を用いた。300ヶ近くの地震を解析したが、震源が求まってかつ記録が飽和していないものに限ると、解析に耐え得る地震の数は56であった。地震マグニチュードは2.3から3.3に分布 (図24b) し、

震源の深さは5 ~ 125 km, 震央距離は20 ~ 120 kmに分布する. 岩槻から見た震央の方位分布を図24 c に示すが, 東側はほぼ⼀様であるものの, 西側の地震の数は比較的少なかった. アナログ磁気テープ記録を62.5 HzでA/D変換し, FFTバンドパスフィルター(0.5 ~ 1,

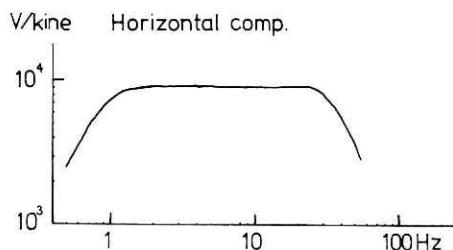


図24 a 岩槻深層地震観測施設の水平動速度型地震計の総合周波数特性.

Fig. 24a Overall frequency characteristics for the velocity seismograph (horizontal component) at the Iwatsuki observatory.

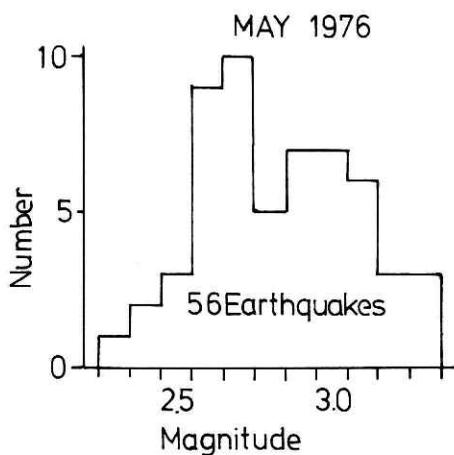


図24 b S波減衰の解析に用いた地震のマグニチュード頻度分布.

Fig. 24b Frequency distribution of earthquake magnitudes used in the S wave attenuation measurement.

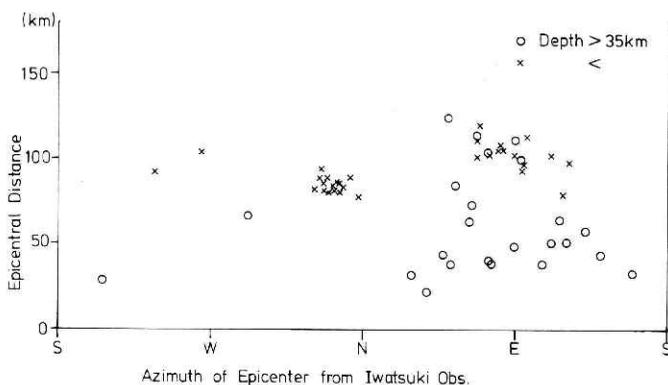


図24 c S波減衰の解析に用いた地震の方位分布.

Fig. 24c Azimuthal distribution of earthquakes used in the S wave attenuation measurement.

1~2, 2~4, 4~8, 8~16, 16~32 Hz) を通してXYプロッターに出力したバンドパス地震記象(図25)から、各周波数毎に  $A_S(f)$  及び  $t_0 = 40 \text{ sec}$  における  $A_C(f)$  を読みとった。異なる震源距離の地震記象を4例ほど図26に示す。各周波数毎に、 $\ln [r_0 A_S(f) / A_C(f)]$  を  $r_0$  に対してプロット(図27)し、最小2乗法によって勾配を求める。0.5~1, 1~2 Hz のバンドでは分散が大きすぎて、勾配を安定した値として求めることができなかった。深さ35kmを境にして、深い地震を○印、浅い地震を×印でプロットしたが、若干浅い地震の方が勾配が大きいように見えるものの、深さによる違いはそれほど顕著ではない。震源時とS波の到着時から求めた平均的なS波速度は  $4.01 \pm 0.50 \text{ km/sec}$  であったので、 $\beta_0 = 4 \text{ km/sec}$  として  $Q_S^{-1}$  を計算し、結果を標準偏差と共に図28に示す。

関東地方においては、我々の解析に先立ち Aki (1980a) が東京大学地震研究所の筑波及び堂平の観測データを用いた解析を行っている。我々が求めた  $Q_S^{-1}$  は、Aki が求めた

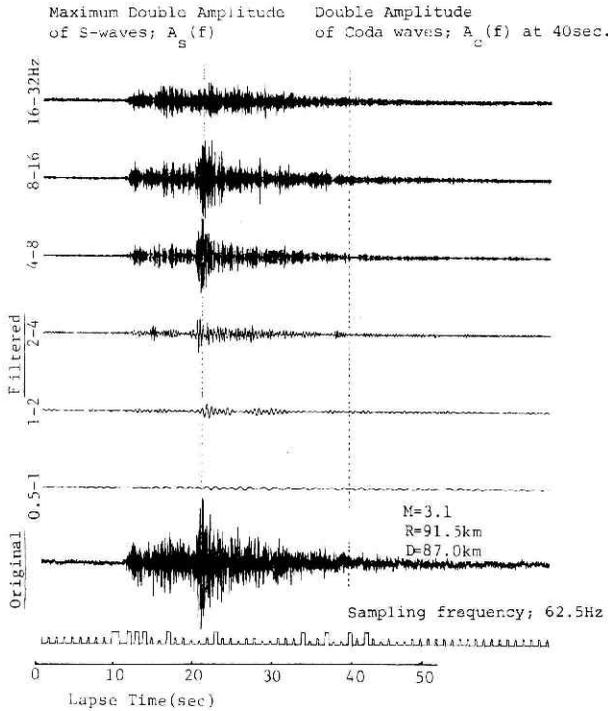


図25 バンドパスフィルターを通した地震記象例(岩槻深層地震観測施設)。 $A_S(f)$ は直達S波の最大振幅、 $A_C(f)$ は  $t_0=40 \text{ sec}$  の付近の平均振幅[佐藤・松村(1980a), 図1より]。

Fig. 25 An example of band-pass filtered seismogram, observed at the Iwatsuki observatory, used in the S wave attenuation measurement:  $A_S(f)$ , maximum double amplitude of direct S wave;  $A_C(f)$ , mean double amplitude of S coda waves at  $t_0 = 40 \text{ sec}$  [after Sato and Matsumura (1980a), Fig. 1].

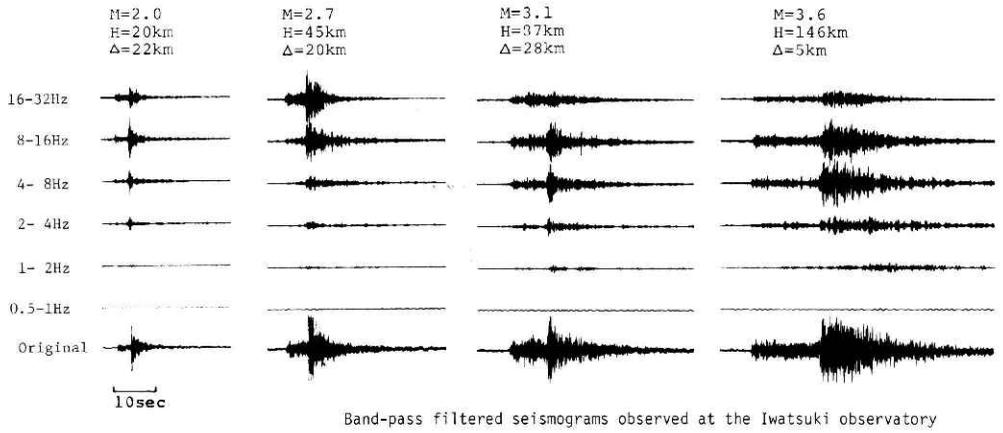


図26 いろいろな震源距離のバンドパス地震記象例。

Fig. 26 Band-pass filtered seismograms of different hypocentral distances.

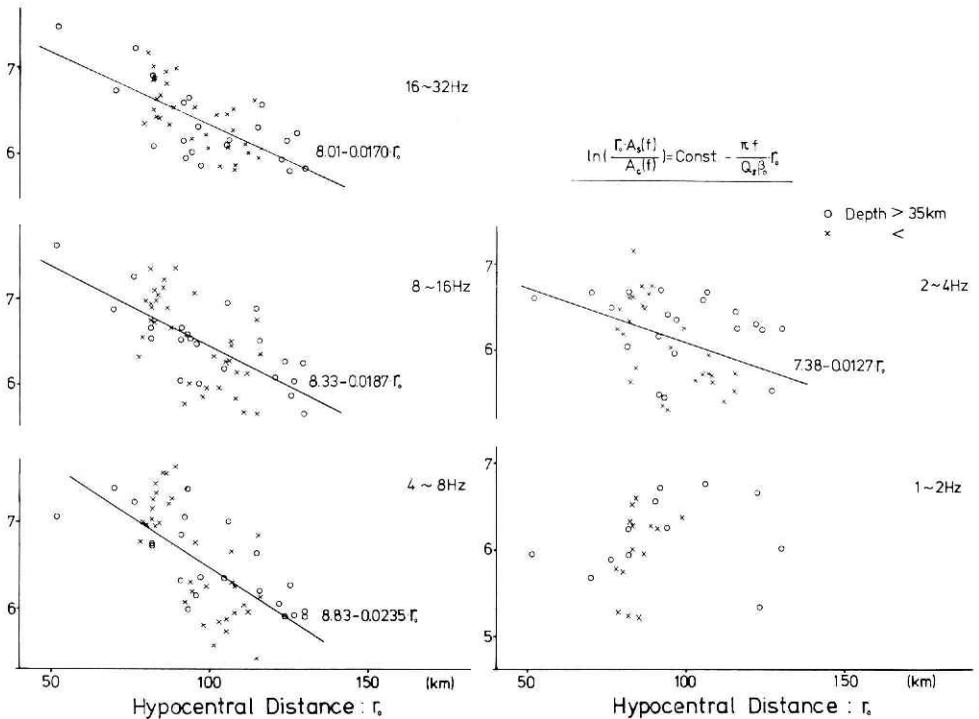


図27 (4-4)式左辺の震源距離に対するプロット, 及び回帰直線. 白丸は震源の深さ35km以上, ×印は35km以下を表わす。

Fig. 27 Plots of the left-hand of Eq. (4-4) against hypocentral distance, and regression lines: focal depths > 35 km by ○, and < 35 km by ×.

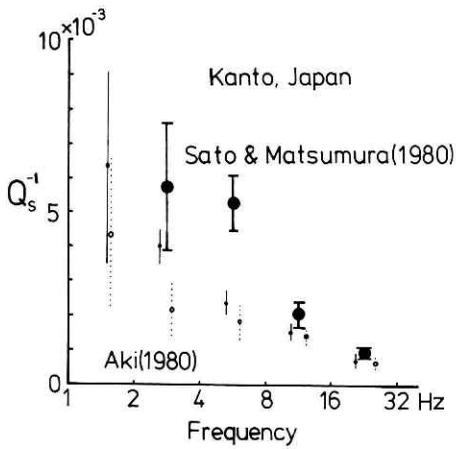


図28 関東地方の  $Q_s^{-1}$  [佐藤・松村 (1980 a), 図 2 より], 小黒丸及び小白丸は Aki (1980 a, 図 6) の測定値.

Fig. 28  $Q_s^{-1}$  in Kanto, Japan [after Sato and Matsumura (1980a), Fig. 2]. Closed and solid small circles are taken from Aki (1980a, Fig. 6).

$Q_s^{-1}$  よりも 4 ~ 8 Hz ではいくぶん大きいものの, 8 ~ 32 Hz では良く一致している (図 28). Bennett and Bakun (1982) は Aki のデータを深さ別に再解析したが, それほど顕著な違いは見つかっていない. Tsujiura (1978) は, S コード波の振幅の時間変化が  $t^{-1} \exp(-\pi f t Q_s^{-1})$  に比例するとして, 筑波及び堂平の観測データの解析から  $Q_s^{-1}$  を推定している. 彼の得た  $Q_s^{-1}$  は, 1 Hz 付近では平坦で, それより高周波数側では Aki (1980 a) の得た結果と良く一致している (図 29).

## 4.2 世界各地の $Q_s^{-1}$ 及び $Q_p^{-1} / Q_s^{-1}$ 比

### 4.2.1 $Q_s^{-1}$ の周波数依存性

近年になって, 前節で述べた単一観測点法や S コード波の振幅の時間変化, さらに異なる震央距離でのスペクトル比の解析から, 世界各地で高周波数の  $Q_s^{-1}$  が測定されるようになり, マントルにおける  $Q_s^{-1}$  とは異なって強い周波数依存性を持つことがわかってきた. 図 29 に, 関東地方を含む世界各地での  $Q_s^{-1}$  をプロットする. 図には, 数は少ないものの  $Q_p^{-1}$  の測定値もプロットした. テクトニクス的には, 比較的活動度の高い地域での測定が多い. 特に地殻上部での観測から, 断層の近傍 (Kurita, 1975; Bakun et al., 1976; Singh et al., 1982) や地震群発域 (Suzuki, 1972) において, 著しく大きい  $Q_s^{-1}$  が得られている. これらも, 併せて図 29 に示す. 概して,  $Q_s^{-1}$  は 1 Hz 付近で  $10^{-2}$  程度, 30 Hz 付近で  $10^{-3}$  程度となり, 周波数の増加につれて減少する傾向が顕著である. 0.5 Hz よりも高周波数側における  $Q_s^{-1}$  の周波数依存性を  $f^n$  で表わしたとき, 地域別の  $n$  値を表 1 に示す. アメリカ合衆国中央部での値 -0.3 を除くと, 多くは -0.5 から -0.9 という値をとるが, 強震加速度記録のスペクトル比からの推定では, -1 という値をとる場合もある. 関東地方

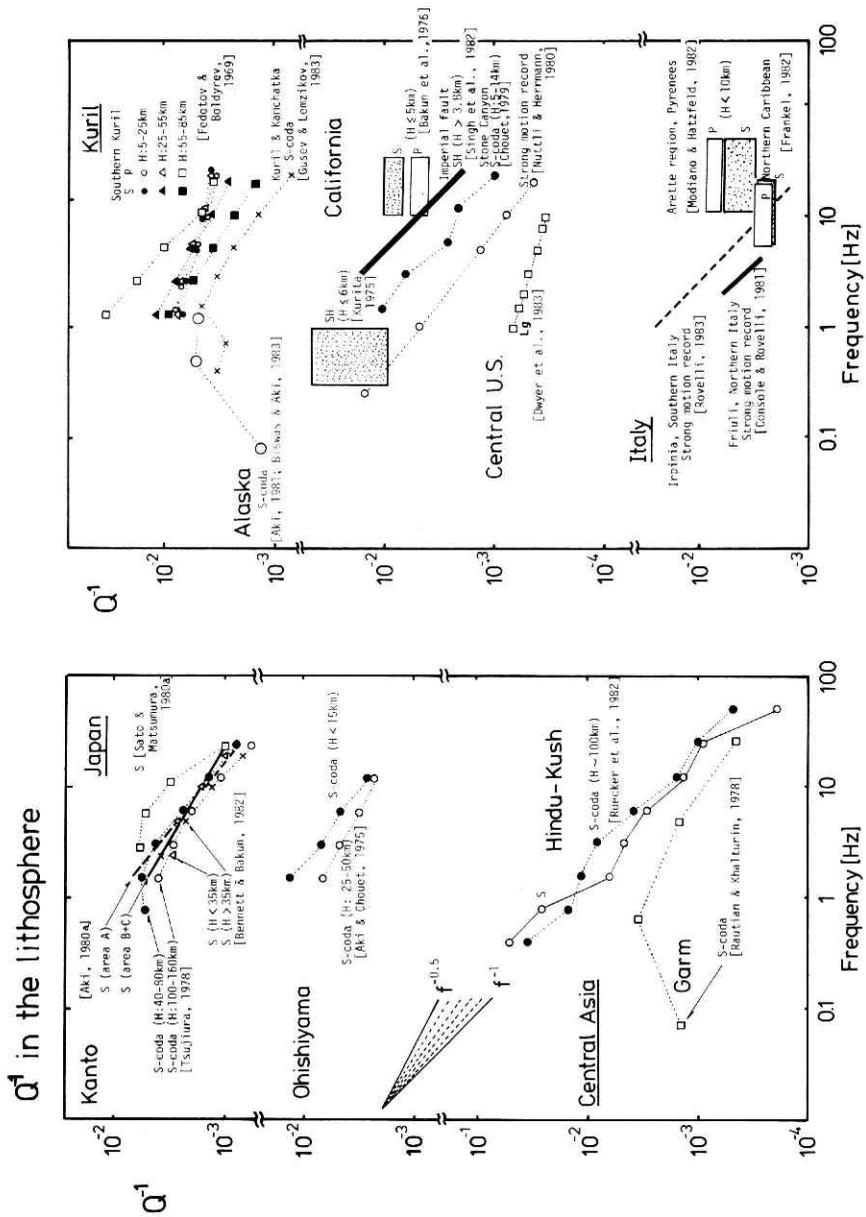


図29 いろいろな地域におけるリソスフェアの  $Q_S^{-1}$  及び  $Q_P^{-1}$  .

Fig. 29  $Q_S^{-1}$  and  $Q_P^{-1}$  in the lithosphere of various areas in the world.

表 1.  $Q_s^{-1}$  の周波数依存性 ( $f > 0.5$  Hz). 報告値を周波数のべき乗で近似し, そのべきを示した.

Table 1 Power of frequency of  $Q_s^{-1}$  for  $f > 0.5$  Hz.

Region	Phase	Depth (km)	Power	Reference
Kanto, Japan (A) (B+C)	S	5-125	-0.73	Sato & Matsumura(1980a)
	S	0-170	-0.6	
	S	0-170	-0.8	Aki(1980a)
	S	0-35	-0.74	
	S	35-170	-0.62	Bennett & Bakun(1982)
	S-coda	40-80	-0.8	
	S-coda	100-160	-0.9	Tsujiura(1978)
Ohishiyama, Japan	S-coda	0-50	-0.62	Aki & Chouet(1975)
Hindu-Kush, Central Asia	S	Crust & upper mantle	-0.9	
	S-coda	≈100	-0.85	Roecker et al.(1982)
Garm, Central Asia	S-coda	Crust & upper mantle	-0.5	Rautian & Khalturin(1978)
Southern Kuril	S	5-25	-0.25	
	S	25-55	-0.54	
	S	55-85	-0.65	
	S	85-120	-0.78	Fedotov & Boldyrev(1969)
Kuril-Kamchatka	S-coda	Crust & upper mantle	-0.7	Gusev & Lemzikov(1983)
Stone Canyon, California	S-coda	5-14	-0.88~-1.03	Chouet(1979)
Imperial fault, California	SH	Crust( > 3.8)	-1.	Singh et al.(1982)
California	Strong motion record	Crust	-0.8	Nuttli & Herrmann(1980)
Central U.S.	Lg	Crust	-0.3	Dwyer et al.(1983)
Western U.S.	S-coda	Crust	-0.4~-0.6	Singh & Herrmann(1983)
Friuli, Northern Italy	Strong motion record	Crust	-1.1	Console & Rovelli(1981)
Irpinia, Southern Italy	Strong motion record	Crust	-1.0	Rovelli(1983)

では,  $-0.7$  程度と考えると良いであろう.  $1$  Hz よりも低周波数側での測定例は少ないが, Tsujiura (1978) は関東地方での測定から  $1$  Hz 付近で平坦になることを示し, Rautian and Khalturin (1978) は中央アジアの Garm 地方での測定から, Aki (1981, 私信) はアラスカでの測定から,  $0.5$  Hz 付近にピークを持つことを S コーダ波の解析から示した.

Rovelli (1983) は、南イタリアでの強震加速度記録のスペクトルの震央距離に対する変化率から、 $Q_s^{-1}$  が 0.2 ~ 1 Hz にピークを持つ場合があることを報告している。

特に、テクトニクス的に活動度の高い地域で、深さが 100 km 以浅での  $Q_s^{-1}$  の測定値を、同一図上にプロットし直したものが図30である。太線は、特に関東地方での測定値を表わす。

Tsai and Aki (1969) は、90 km 以浅のリソスフェアで  $Q_s^{-1} = 1.4 \times 10^{-3}$  を、周期 20 sec 以上の長周波表面波の解析から求めた。Anderson and Hart (1978) は、彼らの周

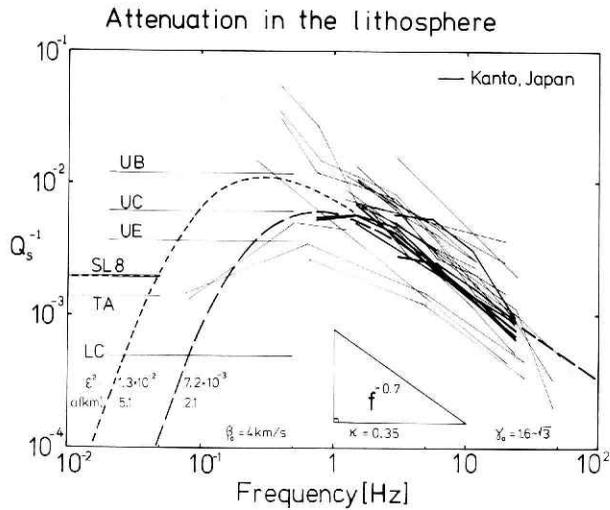


図30 テクトニクス的に活動度の高い地域における高周波数の  $Q_s^{-1}$  の重ね合せ、及び 1 Hz より低周波数での  $Q_s^{-1}$  : SL8,  $H < 45 \text{ km}$  [Anderson and Hart (1978)]; TA,  $H < 90 \text{ km}$  [Tsai and Aki (1969)]; UB, the Basen and Range province の上部地殻 ( $H < 18 \text{ km}$ ); UC, the Colorado plateau の上部地殻; UE, U.S. 東部の上部地殻; LC, U.S. の下部地殻 ( $H > 18 \text{ km}$ ) [Cheng and Mitchell (1981)]. 太線は関東地方における測定値。2つの破線は、ランダムな不均質弾性構造による散乱減衰の理論曲線(走時のゆらぎを補正したボルン近似)。

Fig. 30 Superposition of high frequency  $Q_s^{-1}$  in tectonically active regions and  $Q_s^{-1}$  lower than 1Hz: SL8,  $H < 45 \text{ km}$  [Anderson and Hart (1978)]; TA,  $H < 90 \text{ km}$  [Tsai and Aki (1969)]; UB, upper crust ( $H < 18 \text{ km}$ ) in the Basen and Range province; UC, upper crust in the Colorado plateau; UE, upper crust in the eastern U.S.; LC, lower crust ( $H > 18 \text{ km}$ ) in the U.S. [Cheng and Mitchell (1981)]. Bold lines represent  $Q_s^{-1}$  in Kanto, Japan. Two broken curves are theoretically predicted on the basis of the scattering attenuation due to randomly inhomogeneous elastic structure (travel time corrected Born approximation).

波数依存性の無い S L 8 モデルにおいて厚さ 45 km のリソスフェアを考え、 $Q_s^{-1} = 2 \times 10^{-3}$  と推定している。Cheng and Mitchell (1981) は、レーリー波の最低次と一次のモード波の周期 2 ~ 50 sec でのスペクトル比から、アメリカ合衆国における深さ 18 km までの地殻の  $Q_s^{-1}$  を測定した。彼らは、東部で  $3.7 \times 10^{-3}$ 、Colorado plateau で  $6.3 \times 10^{-3}$ 、Basin and Range province で  $1.2 \times 10^{-2}$  を得ており、18 km 以深では  $5 \times 10^{-4}$  と推定している。これらの結果も、図 30 に併せて示されている。

Mitchell (1980) は、アメリカ合衆国中央部におけるレーリー波の高次モードを詳しく解析し、 $Q_s^{-1}$  の層構造モデルを考えたとしても、 $Q_s^{-1}$  が周波数に対して一定のモデルでは基本モードしか説明できず、高次モードを説明するためには各層毎に周波数依存型の  $Q_s^{-1}$  を考えねばならないことを指摘している。Aki (1980a) は  $Q_s^{-1}$  が 0.5 Hz 附近にピークを持つであろうと予測していたが、最近の測定例の蓄積はその予測をうらづけていると言える。

#### 4.2.2 $Q_p^{-1}/Q_s^{-1}$ 比

$Q_p^{-1}/Q_s^{-1}$  比は、減衰のメカニズムを考える上で重要な情報である。Fedotov and Boldyrev (1969) は、Southern Kuril での観測から、深さ毎にこの比を求めた。同じマグニチュードの地震は深さに関係なく同一の震源スペクトルを持つと仮定して、深さ 5 ~ 55 km では 1 前後だが、55 ~ 125 km では 1 ~ 20 Hz で 2 近くになることを示した。Rautian et al. (1978) は、中央アジアの Garm 地方の上部地殻において、2 ~ 20 Hz で 1.73 を得た。Modiano and Hatzfeld (1982) は、フランスは Pyrenees の Arette 地方で、10 km 以浅において 20 ~ 50 Hz で  $1.64 \pm 0.40$  を得た。Frankel (1982) は、Northeastern Caribbean の 40 km 以浅において、5 Hz と 20 Hz でのスペクトル比から 1 を得ている。もう少し浅い所では、西ドイツの Swabian Jura における測定があり、7 km 以浅では 20 ~ 40 Hz で 0.8 ~ 1.85 という値が得られている (Hoang-Trong, 1983)。特に破碎が著しいと考えられる部分を通る波線に限ると、この比は 1 以上になるという。Bakun et al. (1976) は、San Andreas fault 沿いの 5 km 以浅において、10 ~ 35 Hz で 0.57 ~ 0.60 という小さい値を得ている。

1 Hz より低周波数側での  $Q_p^{-1}/Q_s^{-1}$  比の測定は、ほとんどが表面波の解析による。Anderson and Hart (1978) の S L 8 モデルでは、厚さ 45 km のリソスフェアでこの比を 0.4 ~ 0.47 としている。

これらの測定値を図 31 に示す。1 Hz よりも充分低い周波数ではマントルでの比 0.4 ~ 0.56 (Anderson et al., 1965) と同程度であるが、1 Hz より高周波数では 1 より大きい場合が多く、所によっては 2 を上回ることがわかる。

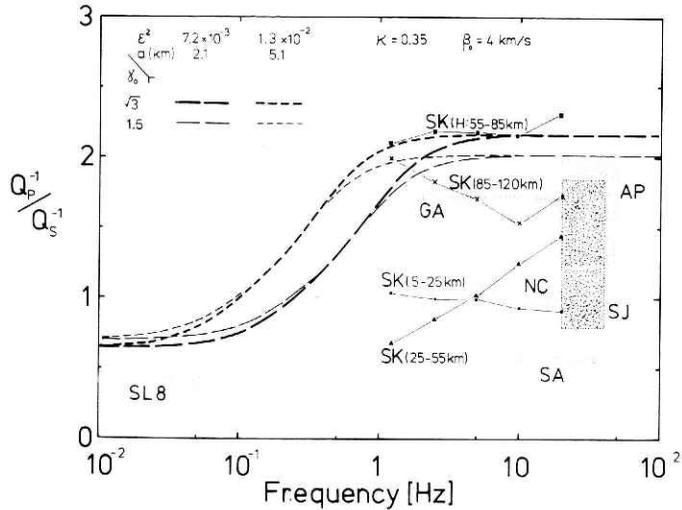


図31 リソスフェアにおける  $Q_p^{-1}/Q_s^{-1}$  比の観測値：SL8,  $H < 45$ km [Anderson and Hart (1978)]; SK, 南Kuril [Fedotov and Boldyrev (1979)]; GA, 中央アジア, Garm地方の上部地殻 [Rautian et al. (1978)]; NC, 北東カリブ海,  $H < 40$  km [Frankel (1982)]; SA, San Andreas 断層沿,  $H < 5$  km [Bakun et al. (1976)]; AP, フランス, Pyrenees, Arette 地方,  $H < 10$ km [Modiano and Hatzfeld (1982)]; SJ, 西ドイツ, Swabian Jura,  $H < 7$  km [Hoang-Trong (1983)]. 4本の破線は、ランダムな不均質弾性構造による散乱減衰の理論曲線（走時のゆらぎを補正したボルン近似）。

Fig. 31 The ratio of  $Q_p^{-1}/Q_s^{-1}$  in the lithosphere. SL8,  $H < 45$ km [Anderson and Hart (1978)]; SK, southern Kuril [Fedotov and Boldyrev (1979)]; GA, upper crust, Garm, central Asia [Rautian et al. (1978)]; NC,  $H < 40$ km, northeastern Caribbean [Frankel (1982)]; SA,  $H < 5$ km, along the San Andreas fault [Bakun et al. (1976)]; AP,  $H < 10$ km, Arette region, Pyrenees, France [Modiano and Hatzfeld (1982)]; SJ,  $H < 7$ km, Swabian Jura, W. Germany [Hoang-Trong (1983)]. Four broken curves are theoretically predicted on the basis of the scattering attenuation due to randomly inhomogeneous elastic structure (travel time corrected Born approximation).

### 4.3 減衰のいろいろなモデルの検討

図30に示されるような、0.5 Hz 附近（角周波数  $\omega \approx 3$ ）にピークを持つ  $Q_s^{-1}$  のメカニズムを検討しよう。以下の一部は、Aki (1980a) の考察と重複することをお断りしておく。この節では、CGS 単位系を用いることにする。

- (1) ドライなクラック面のまさつのモデル (Walsh, 1966) では  $Q_s^{-1}$  がピークを持たず、地下数kmともなればほとんどのクラックは閉じているであろうから、このモデルは妥当ではない。

- (2) Walsh (1969) による楕円扁平クラック内の粘性流体による減衰のモデルは、 $\omega \approx d\mu/\eta$  にピークを持ち、両側で  $\omega^{\pm 1}$  に比例して減少する緩和型スペクトルを導く。ここで  $\mu$  は剛性率、 $\eta$  は流体の粘性係数、 $d$  はクラックのアスペクト比である。水が混入した岩石の融点は一般に下がるが、比較的融点の低いカンラン石ソレイトや花崗岩でも 15 kb で 600°C 位、カンラン岩では 800°C 位の温度にならないと融けないことがわかっている (Boettcher, 1977)。関東地方の太平洋側の筑波や岩槻の下のモホ面附近の温度は比較的 low、Uyeda and Horai (1964) や Tsukahara (1976) は熱流量の測定から 200~300°C と推定しているのだから、岩石の溶融ということは考えにくい。クラック内の粘性流体として水を考えて、20°C で  $\eta \approx 10^{-2}$  であり、温度と圧力を上げると  $10^{-3} \sim 10^{-4}$  へと小さくなることがわかっている (Clark, 1966)。 $\omega \approx 3$ 、 $\mu \approx 10^{12}$ 、 $\eta \approx 10^{-2}$  を代入すると、 $d \approx 10^{-14}$  というべらぼうに小さなアスペクト比が必要になる。長さ 1 cm のクラックを考えると、その厚さは単分子膜よりも薄くなってしまい、クラック内の水を粘性流体として取り扱うことと矛盾する。このモデルでは  $Q_K^{-1} \approx 0$  なので、 $Q_P^{-1}/Q_S^{-1} \approx 0.44$  を導く。
- (3) Mavco (1980) は、結晶粒界に沿う空間の形状としては、楕円型クラックよりも筒状パイプの方が妥当であると考えた。パイプの半径と長さの比を  $d'$  とすると、このモデルは  $\omega \approx K d'^2/(40\eta)$  にピークを持つ。ここで  $K$  は岩石の体積弾性率である。水の場合の  $\eta \approx 10^{-2}$ 、及び  $K \approx 10^{12}$ 、 $\omega \approx 3$  を代入すると、 $d' \approx 10^{-6}$  を得る。この値はそれほど非現実的とは言えないが、水は溶融相ではないので、パイプ状のすきまを考えることは物理的に不自然である。
- (4) O'Connell and Budiansky (1977) は、楕円扁平クラックの密度が大きいときには、重なり合うクラック間の水の流れ (Squirt flow) が減衰に重要な役割をはたすと考えた。この場合、Walsh のモデル [上記モデルの (2)] よりも低い周波数  $\omega \approx K d^3/\eta$  に、もう一つのピークを持つ。水の場合の  $\eta \approx 10^{-2}$  と  $K \approx 10^{12}$ 、 $\omega \approx 3$  を代入すると、 $d \approx 10^{-5}$  となるのでかなり現実性がある。だが、彼らのモデル計算では、 $Q_P^{-1}/Q_S^{-1} < 1$  が導かれている。
- (5) Mavco and Nur (1979) は、部分飽和クラックモデルを提唱した。圧縮率の大きな気体相の存在が、扁平クラック内の液体の動きを容易にすることに着目したのである。 $\omega \approx (K_f/\rho_f)^{1/2}/D_f$  にピークを持ち、これより低周波数側では圧力勾配に支配される流れが生ずるが、高周波数側では流体としてクラック壁に沿って動くよりも圧縮されやすくなる。ここで  $D_f$  はクラック中の液体相の半長、 $K_f$  は液体の体積弾性率、 $\rho_f$  は液体の密度である。水の  $K_f \approx 3 \times 10^{12}$ 、 $\rho_f \approx 1$  と  $\omega \approx 3$  を代入すると  $D_f \approx 10^5$  となり、長すぎて非現実的である。このモデルは原理的に  $Q_K^{-1}$  を増大させるので、 $Q_P^{-1}/Q_S^{-1} > 1$  を導く。

- (6) 上記のクラックモデルによる減衰の計算は、すべて波長がクラックの長さよりも十分に長いという条件下でなされている。しかし、波長がクラックの長さ程度になってくると、散乱の影響も大きくなっていくであろう。Kikuchi (1981) は、扁平クラックによる散乱減衰を2次元問題として詳しく考察した。クラックの半長を  $D$ 、S波速度を  $\beta_0$  とすると、 $Q_S^{-1}$  は  $\omega \approx 1.3 \beta_0 / D$  にピークを持つ緩和型スペクトルで表わされる。 $Q_P^{-1}$  は  $Q_S^{-1}$  よりも低い周波数にピークを持ち  $Q_P^{-1}_{\max} > Q_S^{-1}_{\max}$  であるが、高周波数側では  $Q_P^{-1} / Q_S^{-1} < 1$  である。 $\beta_0 \approx 4 \times 10^5$ 、 $\omega \approx 3$  を代入すると  $D \approx 10^5$  となり、こんなに長い開いたクラックが地下数km以深にも存在するとは考えるのは難しい。
- (7) 上記クラックモデル(2)～(5)は、すべて液体の粘性流体としてのふるまいに着目しているのであるが、分子レベルでの実験的研究も進んでいる。Tittmann (1977) は、ポロシティの低いカンラン石玄武岩を、室内実験としてはかなり低い 56 Hz という周波数で測定し、常態では  $Q_S^{-1} = 2 \times 10^{-2}$  のものが、 $10^{-7}$  torr という真空状態に1週間放置するという強力な脱気・脱水を行うと、 $Q_S^{-1} = 0.9 \times 10^{-3}$  まで下がることを発見した。さらに、Tittmann et al. (1980) は、脱気・脱水後に微量の液体を添加しながら  $Q_S^{-1}$  の増加を調べ、クラック表面にファンデルワールス吸着した分子が振動エネルギーの散逸に寄与していることを発見した。彼らは、吸着の強さのパラメーターである電気二重極モーメントの異なる液体を用いた実験により、急激な  $Q_S^{-1}$  の増加は単分子膜の形成段階のものであり、液体の粘性流体としてのふるまいよりも重要であると結論している。Spencer (1981) は、添加する水分を精密にコントロールした実験を行い、石灰石では  $Q_E^{-1}$  が 25°C で 17 Hz に  $10^{-2}$  程度のピークを持つことを初めて示した。ここで  $E$  はヤング率である。しかし、他種の岩石ではピーク周波数が kHz 領域にあるので、0.5 Hz という低いピーク周波数を単に微量の水分の存在で説明するのは難しいであろう。
- (8) 上部マントルの  $Q_S^{-1}$  の説明には熱活性化モデル (Jackson and Anderson, 1970 ; Anderson and Hart, 1978 ; Lundquist and Cormier, 1980), 特に結晶粒界緩和 (Grain boundary relaxation) が注目されている。酸化物や珪酸塩鉱物の活性化エネルギーが 30～130 kcal/mole と分布していること (Weertmann and Weertmann, 1975) を基にして、0.5 Hz 附近にピークを持つ条件を調べると 1000 °K 以上の温度が必要である (熊沢, 1974, 図4) ので、比較的低温のリソスフェアにおける減衰のメカニズムとしては適当ではないであろう。
- (9) Zener (1948) による熱弾性 (Thermoelasticity) モデルは、断熱圧縮によって生じた温度の勾配が熱拡散によって均一化されるというメカニズムであり、 $\omega \approx \chi / c^2$  にピークを持つ。ここで  $c$  は結晶粒半径、 $\chi$  は熱拡散係数である。ピークより低周波数側では  $\omega$  に比例し、高周波数側では隣接結晶間の熱交換が重要な役割をはたして  $\omega^{-0.5}$  に比

例する (Landau and Lifshitz, 1959b, pp. 119—128). 原理的にはP波の減衰のメカニズムであるが, 実際の地球構成物質は多結晶体で不均質と考えられるので, S波の減衰のメカニズムとしても有効であろう. この場合,  $Q_P^{-1}/Q_S^{-1} > 1$  と思われる.  $\chi \approx 10^{-2}$ ,  $\omega \approx 3$  を代入すると  $c \approx 6 \times 10^{-2}$  となり, 現実的なモデルとなり得る. Nakamura and Koyama (1982) は, 月の上部マントルについて 3~8 Hz で  $Q_P^{-1} > Q_S^{-1}$  を得, かつ両者は  $10^{-3} \sim 10^{-4}$  と小さいことと月には水が無いことから, このメカニズムが有力であると述べている. ピーク値が絶対温度に比例することがわかっているので, 一般には熱流量の測定結果との相関を調べてみると良い.

- (10) Savage (1966) は, 結晶粒のかわりにクラックの存在による応力集中を考えた熱弾性モデルを提案した. このモデルでは, クラックの半長を  $D$  とすると  $\omega \approx 5\chi/D^2$  にピークを持つ.  $\omega \approx 3$ ,  $\chi \approx 10^{-2}$  を代入すると  $D \approx 0.1$  となり, これも現実性がありそうである.
- (11) Mason (1969) は, ひろい周波数帯にわたって転位運動 (Dislocation motion) が重要なメカニズムであると考えている. しかし実験的には, このメカニズムによる  $Q^{-1}$  のピークは, たとえば Solenhoten 石灰石では MHz 領域にある (Mason et al., 1978). バックグラウンドとしては重要かもしれないが, 0.5 Hz という低いピーク周波数をこのメカニズムで説明するのは難しいであろう.

以上の検討から,  $10^{-3}$  以下のバックグラウンドとしては, これらのモデルのどれをもなかなか否定できないが, 0.5 Hz 附近に  $Q_S^{-1}$  がピークを持つという条件を満たすことができるのは, モデル (4) の squirt flow と (9), (10) の熱弾性しか無いことがわかる. 前者は  $Q_P^{-1}/Q_S^{-1} < 1$  を導いてしまい, リソスフェアに関する多くの観測結果と矛盾するが, 後者は  $Q_P^{-1}/Q_S^{-1} > 1$  であり観測結果と調和的である. 熱弾性のモデルは多結晶構造やクラックの分布を基礎にしており, 弾性体としての不均質構造を考えているが, この不均質の空間的スケールは 0.1 cm 程度である. 散乱が顕著になるのは波長が不均質のスケールと同程度になった時であることを思いおこすと, S波に対しては kHz 程度の周波数ということになる. 通常 S コード波を観測している 1~30 Hz という周波数では, この程度に小さな不均質による散乱はかなり小さいと考えられる.

かくして, これまでに提唱されたどの減衰のモデルも, 最も顕著な散乱現象である, リソスフェア内の S コード波の励起を説明することができない事がわかる.

## 5. ランダムな不均質構造による散乱と減衰

第2章においてリソスフェアが弾性体としてかなりランダムな不均質構造を持つことを,

第3章においてはSコード波が広範囲にひろがる不均質構造による散乱波であることを調べてきた。散乱があるかぎり、それによって直達波の振幅は減衰するはずである。実際、等方散乱を仮定して求めた関東地方の  $g_0 \approx 10^{-2} \text{ km}^{-1}$  を(3.3)に代入すると、散乱による減衰は  $Q_S^{-1} \approx 0.007 \text{ f}^{-1}$  となり、周波数依存性がやや強すぎるきらいがあるものの、第4章で求めた高周波数側で減少する  $Q_S^{-1}$  (図30) とオーダーで一致する。このことから、不均質構造による散乱を、減衰のメカニズムとして検討する価値があることがわかる。Aki (1980b) は、関東地方の地震の解析から散乱が減衰の有力なメカニズムであろうと述べており、Herrmann (1980) 及び Singh and Herrmann (1983) は、アメリカ合衆国内の WWSN の記録を解析して、0.5 ~ 3.5 Hz ではコード波の励起の強い所ほど  $Q_S^{-1}$  が大きいことを報告している。

媒質がランダム不均質構造を持つ場合の散乱減衰は、ランダム性を統計的に扱うことにより、ベクトル弾性波動方程式に基いて計算することができる。一つはボルン近似による方法 (Ying and Truell, 1956; Miles, 1960; Knopoff and Hudson, 1964; Haddon, 1973; Hudson, 1977; Aki and Richards, 1980, p. 731) であり、もう一つは Mean wave formalism (Karal and Keller, 1964; Frisch, 1968; Howe, 1971; Sato, 1979) である。これら二つの方法から導かれる  $Q_S^{-1}$  は、弾性係数のゆらぎが小さいときには一致する。しかし、波長がゆらぎの空間的スケールよりも短くなるような高周波数では、周波数と共に増大してしまい、観測から求まるピークを持つ  $Q_S^{-1}$  を、説明できないとされていた。

まず第1節において従来の統計的散乱理論による減衰の導出とその破綻を調べ、第2節では筆者による新しい散乱減衰の導出法 (Sato, 1982a, b; 1984) を述べる。第3節では、減衰のみならずSコード波励起の強さを、定量的に説明できるようなランダム構造の大きさと形状の推定を行う。

## 5.1 従来の統計的散乱減衰理論とその破綻

### 5.1.1 不均質構造による弾性波の散乱 (ボルン近似)

ランダム不均質構造における弾性波の散乱を、波動論に基いて考察する。局所的に等方な不均質弾性体における波動方程式は、波動ベクトルを  $\vec{u}(\vec{x}, t)$  とすると、ラーメ係数  $\lambda(\vec{x})$  と  $\mu(\vec{x})$  及び密度  $\rho(\vec{x})$  とを用いて

$$\rho \partial_t^2 u_i = \partial_i [\lambda (\partial_j u_j)] + \partial_j [\mu (\partial_i u_j + \partial_j u_i)] \quad (5.1)$$

と書ける (Aki and Richards, 1980, p. 729)。ここで  $x_i$  ( $i = 1 \sim 3$ ) はデカルト座

標である。弾性係数は平均値（添字ゼロ）とゆらぎとの和に書くことができる。

$$\begin{cases} \lambda(\vec{x}) = \lambda_0 + \delta\lambda(\vec{x}) \\ \mu(\vec{x}) = \mu_0 + \delta\mu(\vec{x}) \\ \rho(\vec{x}) = \rho_0 + \delta\rho(\vec{x}) \end{cases} \quad (5.2)$$

P波速度  $\alpha(\vec{x})$  と S波速度  $\beta(\vec{x})$  は

$$\begin{cases} \alpha(\vec{x}) = \sqrt{\frac{\lambda(\vec{x}) + 2\mu(\vec{x})}{\rho(\vec{x})}} \\ \beta(\vec{x}) = \sqrt{\frac{\mu(\vec{x})}{\rho(\vec{x})}} \end{cases} \quad (5.3)$$

で与えられるが、ゆらぎの間には次の様な関係がある。

$$\begin{cases} \frac{\delta\lambda + 2\delta\mu}{\lambda_0 + 2\mu_0} = 2\frac{\delta\alpha}{\alpha_0} + \frac{\delta\rho}{\rho_0} \\ \frac{\delta\mu}{\mu_0} = 2\frac{\delta\beta}{\beta_0} + \frac{\delta\rho}{\rho_0} \end{cases} \quad (5.4)$$

全空間を一辺  $L$  の立方体に分割し、このブロックによる散乱を考えよう。まず、一つのブロックに注目して、これによる散乱の効果を調べる。すなわち、このブロックの外ではゆらぎは無いものとする。座標原点をこのブロックの中心にとると、

$$\delta\lambda(\vec{x}) = \delta\mu(\vec{x}) = \delta\rho(\vec{x}) = 0 \quad |x_i| > \frac{L}{2} \quad (5.5)$$

不均質構造の空間的スケール（相関距離）を  $a$  とし、ブロックの辺長を

$$L \gg a \quad (5.6)$$

と選ぶ。そして、ゆらぎの大きさは小さく

$$\left| \frac{\delta\lambda}{\lambda_0} \right|, \left| \frac{\delta\mu}{\mu_0} \right|, \left| \frac{\delta\rho}{\rho_0} \right| \ll 1 \quad (5.7)$$

としよう。

角振動数 $\omega$ の単位振幅の平面波が $x_3$ 軸方向に入射して、原点のブロックによって散乱される(図32)。散乱波は、遠方場( $kr \gg 1, lr \gg 1, r \gg L$ )で球面波として拡がっていく。極座標を( $r, \psi, \zeta$ )とすると、P波入射のときに(5.1)の解は

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = e^{-i\omega t} \left\{ e^{ikx_3} \vec{f}_3 + \left(\frac{e^{ikr}}{r}\right) F_r^{PP} \vec{r} + \left(\frac{e^{i/r}}{r}\right) [F_\psi^{PS} \vec{\psi} + F_\zeta^{PS} \vec{\zeta}] \right\} \quad (5.8.1)$$

と書ける。ここでP波の波数を $k = \omega/\alpha_0$ 、S波の波数を $l = \omega/\beta_0$ 、デカルト座標系の直交単位ベクトルを $\vec{f}_i (i = 1 \sim 3)$ 、球座標系の直交単位ベクトルを $(\vec{r}, \vec{\psi}, \vec{\zeta})$ とした。第1項は入射P波、第2項はPP散乱波、第3、第4項はPS散乱波である。Fは散乱振幅であり、上付添字は散乱のモードを、下付添字はベクトル成分を表わし、一般に $\psi, \zeta$ と $\omega$ の関数である。 $\vec{f}_1$ 方向に偏極したS波の入射の時に、(5.1)の解は

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = e^{-i\omega t} \left\{ e^{ilx_3} \vec{f}_1 + \left(\frac{e^{ikr}}{r}\right) F_r^{SP} \vec{r} + \left(\frac{e^{i/r}}{r}\right) [F_\psi^{SS} \vec{\psi} + F_\zeta^{SS} \vec{\zeta}] \right\} \quad (5.8.2)$$

と書ける。第1項は入射S波、第2項はSP散乱波、第3、第4項はSS散乱波である。ゆらぎが小さい(5.7)なのであるから、(5.8.1~2)では第1項にくらべて他の項は小さいはずである。(5.8.1~2)を(5.1)に代入して、一次の摂動(ボルン近似)によって散乱振幅を計算することができる。デカルト座標系で計算を行い、(5.5)により空間微分を部分積分によってとり除き、ゆらぎ( $\delta\rho, \delta\lambda, \delta\mu$ )を(5.4)を用いて( $\delta\rho, \delta\alpha, \delta\beta$ )で書き表わし、その結果を改めて球座標系で表現すると、

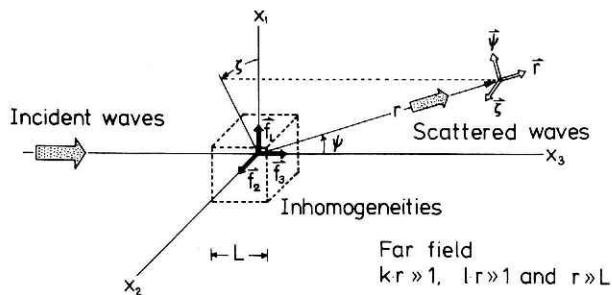


図32 入射平面波は、局在する不均質構造に衝突し、遠方場で外向きに拡がる散乱波を生ずる。

Fig. 32 Interaction between an incident plane wave and localized inhomogeneities generates scattered waves spherically propagating outward in the far field.

$$F_r^{PP}(\psi, \zeta | \omega) = \left(\frac{k^2}{4\pi}\right) \left\{ \left[-1 + \cos \psi + \left(\frac{2}{r_0^2}\right) \sin^2 \psi\right] \frac{\delta \hat{\rho}(k\vec{r} - k\vec{f}_3)}{\rho_0} \right. \\ \left. - 2 \frac{\delta \hat{\alpha}(k\vec{r} - k\vec{f}_3)}{\alpha_0} + \left(\frac{4}{r_0^2}\right) \sin^2 \psi \frac{\delta \hat{\beta}(k\vec{r} - k\vec{f}_3)}{\beta_0} \right\} \quad (5.9.1)$$

$$F_\psi^{PS}(\psi, \zeta | \omega) = \left(\frac{l^2}{4\pi}\right) \sin \psi \left\{ \left[-1 + \left(\frac{2}{r_0}\right) \cos \psi\right] \frac{\delta \hat{\rho}(l\vec{r} - k\vec{f}_3)}{\rho_0} \right. \\ \left. + \left(\frac{4}{r_0}\right) \cos \psi \frac{\delta \hat{\beta}(l\vec{r} - k\vec{f}_3)}{\beta_0} \right\} \quad (5.9.2)$$

$$F_\zeta^{PS}(\psi, \zeta | \omega) = 0 \quad (5.9.3)$$

$$F_r^{SP}(\psi, \zeta | \omega) = \left(\frac{-k^2}{4\pi}\right) \sin \psi \cos \zeta \left\{ \left[-1 + \left(\frac{2}{r_0}\right) \cos \psi\right] \frac{\delta \hat{\rho}(k\vec{r} - l\vec{f}_3)}{\rho_0} \right. \\ \left. + \left(\frac{4}{r_0}\right) \cos \psi \frac{\delta \hat{\beta}(k\vec{r} - l\vec{f}_3)}{\beta_0} \right\} \quad (5.9.4)$$

$$F_\psi^{SS}(\psi, \zeta | \omega) = \left(\frac{l^2}{4\pi}\right) \cos \zeta \left[ (\cos \psi - \cos 2\psi) \frac{\delta \hat{\rho}(l\vec{r} - l\vec{f}_3)}{\rho_0} \right. \\ \left. - 2 \cos 2\psi \frac{\delta \hat{\beta}(l\vec{r} - l\vec{f}_3)}{\beta_0} \right] \quad (5.9.5)$$

$$F_\zeta^{SS}(\psi, \zeta | \omega) = \left(\frac{l^2}{4\pi}\right) \sin \zeta \left[ (\cos \psi - 1) \frac{\delta \hat{\rho}(l\vec{r} - l\vec{f}_3)}{\rho_0} \right. \\ \left. + 2 \cos \psi \frac{\delta \hat{\beta}(l\vec{r} - l\vec{f}_3)}{\beta_0} \right] \quad (5.9.6)$$

ここで

$$r_0 = \frac{\alpha_0}{\beta_0} \quad (5.10)$$

(5.9.1~6) で,  $\delta \hat{\alpha}$  は  $\delta \alpha$  のフーリエ変換である.

$$\delta \alpha(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} \delta \hat{\alpha}(\vec{m}) e^{i(\vec{m} \cdot \vec{x})} d\vec{m} \quad (5.11)$$

$\delta \hat{\beta}$  も  $\delta \hat{\rho}$  も同様である。これらの引数は、PP散乱の時には  $k_r - k_{f_3}$ 、PS散乱では  $l_r - k_{f_3}$ 、SP散乱では  $k_r - l_{f_3}$ 、SS散乱では  $l_r - l_{f_3}$  と、散乱波と入射波の波数ベクトルの差になっている。(5.9.1~6)の  $\delta \hat{\rho}/\rho_0$ 、 $\delta \hat{\alpha}/\alpha_0$ 、 $\delta \hat{\beta}/\beta_0$  の係数の  $\psi$  依存性を、図33 a に示す。 $\delta \hat{\alpha}/\alpha_0$  によるPP散乱は等方であるが、 $\delta \hat{\beta}/\beta_0$  によるSS散乱はかなり非等方性が強く、共に  $\pi/2$  に関して対称である。一方、 $\delta \hat{\rho}/\rho_0$  による散乱は、 $\psi > \pi/2$  の方向では速度のゆらぎによる散乱と同符号をとり、 $\psi = \pi$  で最大となる。 $\psi = 0$  の前方では、PP散乱には  $\delta \hat{\alpha}/\alpha_0$  のみ、SS散乱には  $\delta \hat{\beta}/\beta_0$  のみと、速度のゆらぎのみが寄与し、密度のゆらぎは全く寄与していない。PSやSP散乱振幅は、 $\psi = 0$  と  $\pi$  とではゼロである。特に  $\psi = \pi$  でゼロということとは、(3.19) 及び図18 a, b からわかるように、充分時間のたったSコーダ波の尾部には、これらの散乱は寄与しないということを表わす。

(5.9.1~6) のように、散乱振幅を密度及びP波、S波速度のゆらぎの関数として表わすことは、Sato (1984) によって初めてなされた。Aki and Richards (1980, pp.728

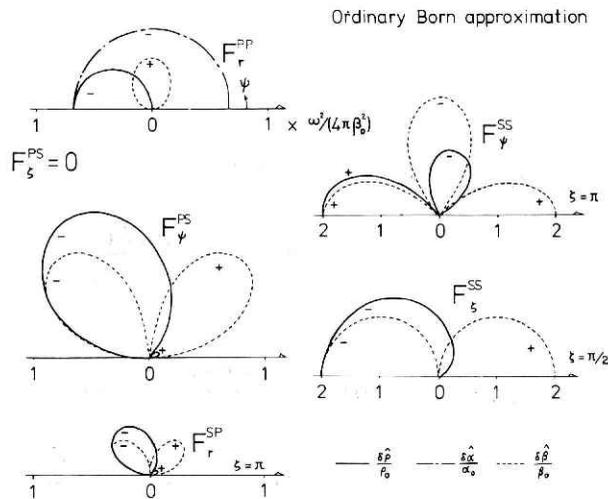


図33a 散乱振幅Fにおける  $\delta \hat{\rho}/\rho_0$ 、 $\delta \hat{\alpha}/\alpha_0$ 、 $\delta \hat{\beta}/\beta_0$  の係数の  $\psi$  依存性の比較 [Sato (1984), 図3より]。  
通常のボルン近似。

Fig. 33 (a)  $\psi$ -dependences of coefficients of  $\delta \hat{\rho}/\rho_0$ ,  $\delta \hat{\alpha}/\alpha_0$  and  $\delta \hat{\beta}/\beta_0$  in scattering amplitudes F's: ordinary Born approximation. [after Sato (1984), Fig. 3].

Travel time corrected Born approximation

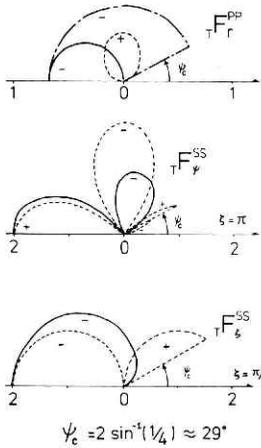


図33b 散乱振幅Fにおける $\delta\rho/\rho_0$ ,  $\delta\alpha/\alpha_0$ ,  $\delta\hat{\beta}/\beta_0$ の係数の $\psi$ 依存性の比較 [Sato (1984, 図3より)]. 走時のゆらぎを補正したボルン近似.

Fig. 33 (b)  $\psi$ -dependences of coefficients of  $\delta\rho/\rho_0$ ,  $\delta\alpha/\alpha_0$  and  $\delta\hat{\beta}/\beta_0$  in scattering amplitudes F's: travel time corrected Born approximation [after Sato (1984), Fig. 3].

-733) は, 同様の計算を行っているが, 散乱源としての弾性係数のゆらぎを, 3つの独立量ではなく  $\Delta\delta\lambda$ ,  $\partial_j\delta\mu$ ,  $\delta\alpha$ ,  $\delta\beta$  で表わしており, 物理的明瞭さを欠いている.

### 5.1.2 リソスフェアにおける散乱減衰の統計理論

リソスフェアの構成材としての岩石の, P波とS波速度構造のゆらぎは相似であると仮定し, これを  $\xi(\vec{x})$  とおく.

$$\xi(\vec{x}) \equiv \frac{\delta\alpha(\vec{x})}{\alpha_0} = \frac{\delta\beta(\vec{x})}{\beta_0} \quad (5.12)$$

さらに, 速度と密度とが比例するという Birch の法則 (Birch, 1961) を仮定すると, 密度のゆらぎは速度のゆらぎに比例すると考えられる.

$$\frac{\delta\rho(\vec{x})}{\rho_0} = \nu \xi(\vec{x}) \quad (5.13)$$

10 kb 程度の圧力状態における Birch の法則は, いろいろな人々によって調べられている (Kanamori and Mizutani, 1965; Christensen, 1968; Manghnani and Ramanantoandro, 1974). P波とS波の平均速度に対する $\nu$ の値を図34に示す. 代表値として,  $\nu = 0.8$ と選んで良いであろう.  $\nu$ が正ということは, 密度と速度のゆらぎは常に後方散乱を強め合うということの意味する (図33a).

かくして, 3つのゆらぎは唯一つのゆらぎ  $\xi(\vec{x})$  で表わされることになった. 散乱振幅 (5.9.1~6) は, ゆらぎのフーリエ変換  $\hat{\xi}$  とレーリー散乱における散乱パターン  $E(\psi, \zeta)$  の積として表わされる.

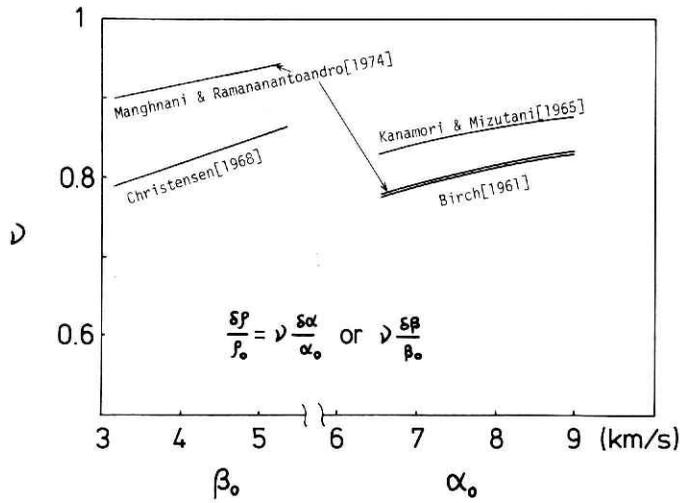


図34 Birchの法則から求められた、無次元化した密度のゆらぎと速度のゆらぎの間の線形比例係数 [Sato (1984), 図5より].

Fig. 34 Linear coefficient between density and velocity fractional fluctuations predicted from the Birch's law [after Sato (1984), Fig. 5].

$$F_r^{PP}(\psi, \zeta | \omega) = \left(\frac{l^2}{4\pi}\right) \widehat{\xi}(\vec{k}_r - \vec{k}_{f_3}) E_r^{PP}(\psi, \zeta) \quad (5.14.1)$$

$$F_\psi^{PS}(\psi, \zeta | \omega) = \left(\frac{l^2}{4\pi}\right) \widehat{\xi}(\vec{l}_r - \vec{k}_{f_3}) E_\psi^{PS}(\psi, \zeta) \quad (5.14.2)$$

$$F_r^{SP}(\psi, \zeta | \omega) = \left(\frac{l^2}{4\pi}\right) \widehat{\xi}(\vec{k}_r - \vec{l}_{f_3}) E_r^{SP}(\psi, \zeta) \quad (5.14.3)$$

$$F_\psi^{SS}(\psi, \zeta | \omega) = \left(\frac{l^2}{4\pi}\right) \widehat{\xi}(\vec{l}_r - \vec{l}_{f_3}) E_\psi^{SS}(\psi, \zeta) \quad (5.14.4)$$

$$F_\zeta^{SS}(\psi, \zeta | \omega) = \left(\frac{l^2}{4\pi}\right) \widehat{\xi}(\vec{l}_r - \vec{l}_{f_3}) E_\zeta^{SS}(\psi, \zeta) \quad (5.14.5)$$

ここで

$$E_r^{PP}(\psi, \zeta) = \left(\frac{1}{r_0^2}\right) \left\{ \nu [-1 + \cos \psi + \left(\frac{2}{r_0^2}\right) \sin^2 \psi] - 2 + \left(\frac{4}{r_0^2}\right) \sin^2 \psi \right\} \quad (5.15.1)$$

$$E_\psi^{PS}(\psi, \zeta) = \sin \psi \left\{ \nu [-1 + \left(\frac{2}{r_0}\right) \cos \psi] + \left(\frac{4}{r_0}\right) \cos \psi \right\} \quad (5.15.2)$$

$$E_r^{SP}(\psi, \zeta) = \left(\frac{-1}{r_0^2}\right) \sin \psi \cos \zeta \left\{ \nu \left[-1 + \left(\frac{2}{r_0}\right) \cos \psi\right] + \left(\frac{4}{r_0}\right) \cos \psi \right\} \quad (5.15.3)$$

$$E_\psi^{SS}(\psi, \zeta) = \cos \zeta \left[ \nu (\cos \psi - \cos 2\psi) - 2 \cos 2\psi \right] \quad (5.15.4)$$

$$E_\zeta^{SS}(\psi, \zeta) = \sin \zeta \left[ \nu (\cos \psi - 1) + 2 \cos \psi \right] \quad (5.15.5)$$

図35 a に、これらの  $E(\psi, \zeta)$  の  $\psi$  依存性を  $\nu = 0.8$ ,  $r_0 = \sqrt{3}$  として示す。密度のゆらぎのために、散乱は後方で比較的大きくなっている。

次に、ゆらぎ  $\xi(\vec{x})$  を統計的に扱う準備をしよう。 $\xi(\vec{x})$  は、一様かつ等方な  $\vec{x}$  のランダム関数とし、そのアンサンブル  $\{\xi(\vec{x})\}$  を考える (Batchelor, 1953, pp.14-33; Aki and Richards, 1980, p. 738). アンサンブル平均を  $\langle \rangle$  で表わす。

$$\langle \xi(\vec{x}) \rangle = 0 \quad (5.16)$$

として、自己相関関数を

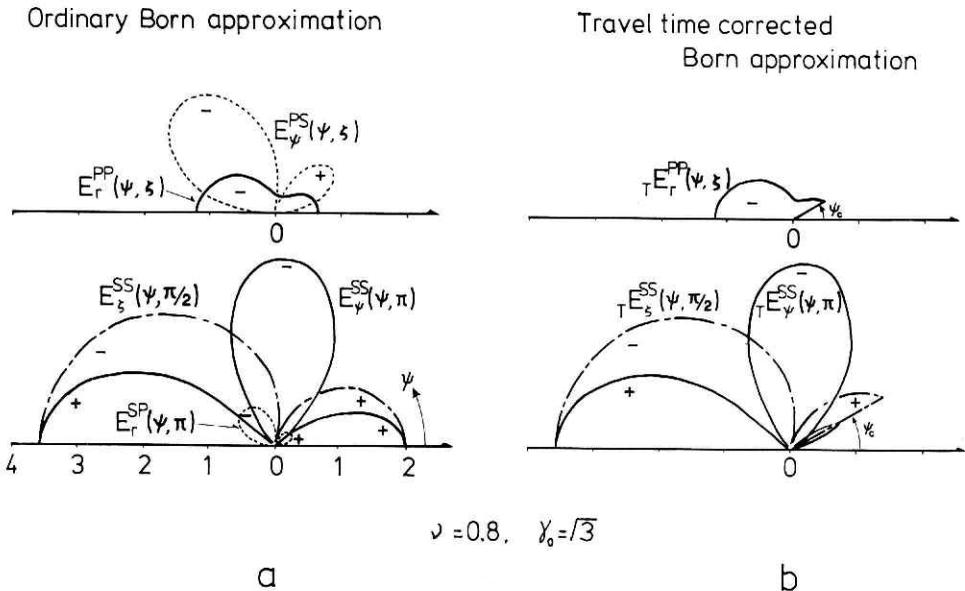


図35 Eの $\psi$ 依存性の比較 [Sato (1984), 図6より]. a. 通常のパルン近似. b. 走時のゆらぎを補正したパルン近似.

Fig. 35  $\psi$ -dependences of E's: a, ordinary Born approximation; b, travel time corrected Born approximation [after Sato (1984), Fig. 6].

$$R_{\xi}(u) = \langle \xi(\vec{x} + \vec{u}) \xi(\vec{x}) \rangle \quad (5.17.1)$$

と定義する。一様性から右辺は  $\vec{u}$  のみの関数となり、等方性からさらに  $u = |\vec{u}|$  のみの関数となる。パワースペクトル密度関数は、

$$P_{\xi}(m) = \iiint_{-\infty}^{\infty} R_{\xi}(u) e^{-i(\vec{m} \cdot \vec{u})} d\vec{u} = \langle |\hat{\xi}(\vec{m})|^2 \rangle / L^3 \quad (5.17.2)$$

と表わされるが、これも一様・等方の仮定から  $m = |\vec{m}|$  の関数となっている。単位体積当りの散乱微分断面積は、散乱振幅の2乗のアンサンブル平均をとることによって得られる。たとえばSS散乱の $\psi$ 成分については

$$\langle |F_{\psi}^{SS}(\psi, \zeta | \omega)|^2 \rangle / L^3 = \frac{L^4}{(4\pi)^2} P_{\xi}(|l_{\Gamma} - l_{f_3}|) E_{\psi}^{SS}(\psi, \zeta)^2 \quad (5.18)$$

である。他のモード、他の成分についても同様である。パワースペクトル密度関数の引数は、(5.9.1~6)と同様に、散乱のモードに対応した散乱波と入射波の波数ベクトルの差の絶対値である。

ここで、孔井検層データ(図2b)で得たように、指数関数型のゆらぎの最も簡単な一般化である、von Karman型のゆらぎを採用することにする。これは、3パラメーターモデルであり、自己相関関数は

$$R_{\xi}^{\kappa}(u) = \frac{\epsilon^2 2^{1-\kappa}}{\Gamma(\kappa)} \left(\frac{u}{a}\right)^{\kappa} K_{\kappa}\left(\frac{u}{a}\right) \quad 0 < \kappa < 0.5 \quad (5.19.1)$$

で与えられる。 $\Gamma$ はガンマ関数、 $K_{\kappa}$ は $\kappa$ 次の変形ベッセル関数である。図36aに $R_{\xi}^{\kappa}$ をプロットするが、特に $\kappa = 0.5$ で指数関数に一致し、 $\kappa$ が小さくなると原点の近くで鋭くなる。 $u/a$ が大きくなるほど、相関は小さくなり、通常このパラメーター $a$ を相関距離と呼んでいる。しかし、次数 $\kappa$ によって $R_{\xi}^{\kappa}(a)$ の値は異なるので、参考のために $R_{\xi}^{\kappa}(a_e) = \epsilon^2/e$ になる値 $a_e$ を図36aに示す。対応するパワースペクトル密度関数は

$$P_{\xi}^{\kappa}(m) = \frac{\epsilon^2 (2\pi^{1/2} a)^3 \Gamma(\kappa + 1.5)}{\Gamma(\kappa) (1 + a^2 m^2)^{\kappa + 1.5}} \quad (5.19.2)$$

であり、高周波数側でべきは $-2\kappa - 3$ に比例することから、 $\kappa$ が小さくなるとゆらぎの短波長成分が増加することがわかる(図36b)。

(5.18)からわかるように、基本的な散乱のパターンは $E^2$ で与えられるが、 $P_{\xi}^{\kappa}$ は周波数の変化に対してかなり敏感である。特に $\kappa = 0.5$ として、 $P_{\xi}^{0.5}$ の $\psi$ 依存性を、 $a\omega/\beta_0$

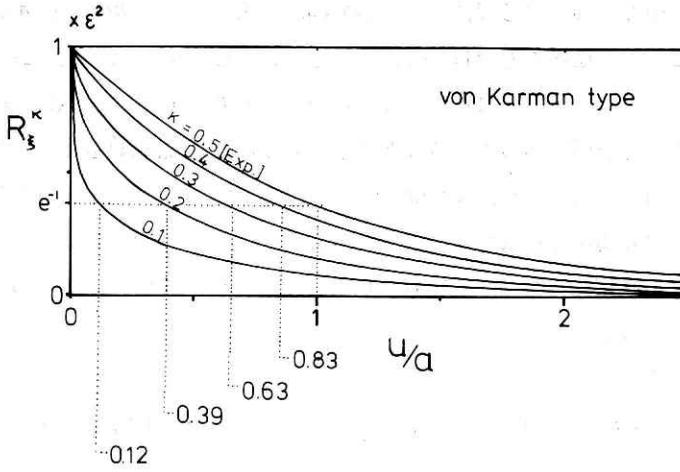


図36 a von Karman 型のゆらぎの自己相関関数.

Fig. 36a Autocorrelation function for the von Karman type fluctuation.

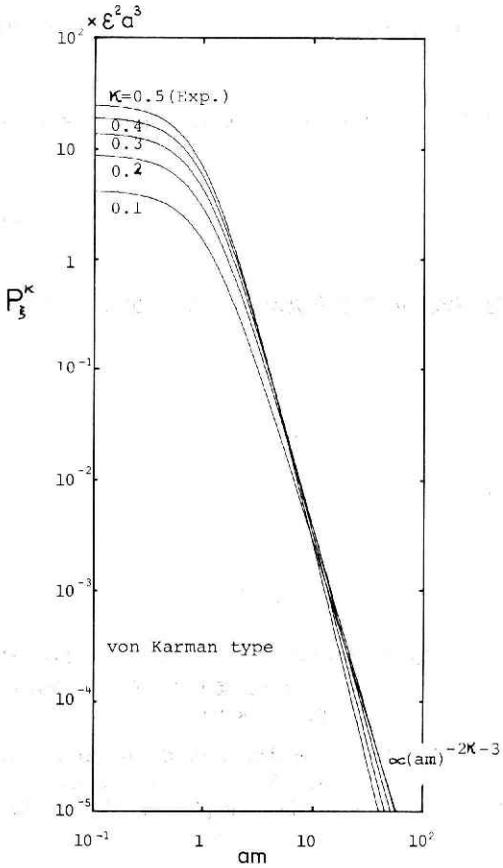


図36 b von Karman 型のゆらぎのパワースペクトル密度関数.

Fig. 36b Power spectral density function for the von Karman type fluctuation.

= 0.1, 1, 10 の3つの異なる周波数について図37に示す。低周波数側の  $a\omega/\beta_0 = 0.1$  では、どの散乱モードもほとんど同じで等方である。しかし、 $a\omega/\beta_0 = 1$  になると、後方への散乱が前方にくらべて小さくなり、かつ散乱モードの違いが顕著になる。 $a\omega/\beta_0 = 10$  ともなると、ほとんどが前方への散乱のみとなり、PSとSP散乱は他のモードにくらべて小さくなる。 $\langle |F|^2 \rangle / L^3$  の  $\psi$  依存性は、図35 a に示されるEの2乗と、図37の  $P_\xi^{0.5}$  の積であるから、かなり複雑な形状を持つ事がわかる。

特にSコーダ波励起を特徴づける後方散乱係数  $g(\pi)$  は、 $E_r^{SP}(\pi, \zeta) = 0$  なので、SS散乱のみで与えられる。

$$g(\pi) = 4\pi \left[ \langle |F_\psi^{SS}(\pi, \zeta | \omega)|^2 \rangle / L^3 + \langle |F_\zeta^{SS}(\pi, \zeta | \omega)|^2 \rangle / L^3 \right]$$

$$= \frac{l^4 (1 + \nu)^2}{\pi} P_\xi(2l) \quad (5.20)$$

と書くことができる。今、S波インピーダンス  $\rho\beta$  のゆらぎを  $\eta$  とすると、

$$\eta = \frac{\delta(\rho\beta)}{\rho_0\beta_0} = \frac{\delta\rho}{\rho_0} + \frac{\delta\beta}{\beta_0} = (1 + \nu)\xi \quad (5.21)$$

となり、(5.20) はS波インピーダンスのゆらぎのパワースペクトル密度関数  $P_\eta$  を用いて、

$$g(\pi) = \frac{l^4}{\pi} P_\eta(2l) \quad (5.22)$$

と表わすことができる。すなわち、S波の後方散乱の強さを決めるのは、S波インピーダン

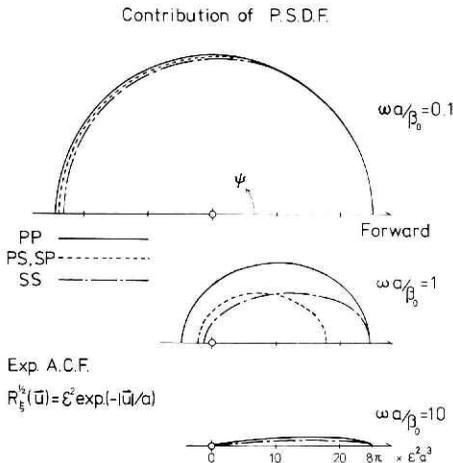


図37 散乱振幅の2乗平均にあらわれるパワースペクトル密度項の  $\psi$  依存性 [Sato (1984), 図8より].

Fig. 37  $\psi$ -dependences of the power spectral density terms in mean square scattering amplitudes [after Sato (1984), Fig. 8].

スのゆらぎの大きさであることがわかる。

von Karman 型のゆらぎの場合には、(5.19.2) を (5.20) に代入して、

$$g^{\kappa}(\pi) = \frac{(1 + \nu)^2 8 \pi^{1/2} \epsilon^2 a^3 l^4 \Gamma(\kappa + 1.5)}{\Gamma(\kappa) (1 + 4 a^2 l^2)^{\kappa + 1.5}} \quad (5.23)$$

を得る。  $\nu = 0.8$  として、  $g^{\kappa}(\pi)$  の周波数依存性を図38に示す。  $a\omega/\beta_0 \ll 1$  では  $\omega^4$  に比例し、  $a\omega/\beta_0 \approx 1$  では  $\epsilon^2/a$  のオーダーとなる。  $a\omega/\beta_0 \gg 1$  では  $\omega^{-2\kappa+1}$  に比例し、特に  $\kappa = 0.5$  では平坦で  $g^{0.5}(\pi) \approx 1.62 \epsilon^2/a$  となる。

一周期当りの散乱によるエネルギーロスは、  $\langle |F|^2 \rangle / L^3$  を全立体角で積分することによって得られる。

$$Q_p^{-1}(\omega) = \left(\frac{\alpha_0}{\omega}\right) \oint d\Omega \left[ \langle |F_r^{PP}|^2 \rangle / L^3 + \left(\frac{\beta_0}{\alpha_0}\right) \langle |F_{\psi}^{PS}|^2 \rangle / L^3 \right] \quad (5.24.1)$$

ここで第2項はPS散乱の効果による附加項である。同様に

$$Q_s^{-1}(\omega) = \left(\frac{\beta_0}{\omega}\right) \oint d\Omega \left[ \langle |F_{\psi}^{SS}|^2 \rangle / L^3 + \langle |F_{\xi}^{SS}|^2 \rangle / L^3 + \left(\frac{\alpha_0}{\beta_0}\right) \langle |F_r^{SP}|^2 \rangle / L^3 \right] \quad (5.24.2)$$

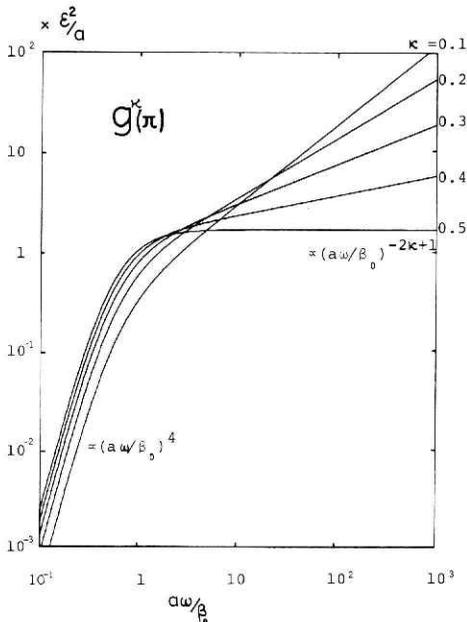


図38 von Karman型のゆらぎのSS後方散乱係数  $g^{\kappa}(\pi)$  の周波数依存性 ( $\nu = 0.8$ )。

Fig. 38 Frequency dependence of SS backward scattering coefficient  $g^{\kappa}(\pi)$  for the von Karman type fluctuation, where  $\nu = 0.8$ .

ボルン近似が成立するためには、距離  $L$  進んだときのロスが小さいということが必要条件である (Aki and Richards, 1980, p.742) :

$$Q_P^{-1} k L \ll 1, \quad Q_S^{-1} l L \ll 1 \quad (5.25.1)$$

$L$  は小さくても  $a$  の程度 (5.6) であるから、上記条件を多少ゆるめたとしても、

$$Q_P^{-1} k a \ll 1, \quad Q_S^{-1} l a \ll 1 \quad (5.25.2)$$

でなければならない。

$\kappa = 0.5$  の場合に、 $r_0 = \sqrt{3}$ 、 $\nu = 0.8$  として  $Q_P^{-1}$  と  $Q_S^{-1}$  とを計算してみよう。  
 $a\omega/\beta_0 \ll 1$  のときには、 $P_\xi^{0.5}$  はほとんど  $\psi$  によらないから、 $Q_P^{-1}$  と  $Q_S^{-1}$  とは  $\omega^3$  に比例する。 $a\omega/\beta_0 \gg 1$  では、 $P_\xi^{0.5}$  は前方にかなり鋭くなり、 $\psi = 0$  のまわりのかなり狭い範囲のみが積分へ大きな寄与をする。 $E_\psi^{PS}$  と  $E_\psi^{SP}$  は  $\psi = 0$  の近傍でほとんどゼロだから、 $Q_P^{-1}$  へは  $PP$  散乱のみが、 $Q_S^{-1}$  へは  $SS$  散乱のみが大きく寄与していることがわかる。積分へ寄与する角度範囲が  $\omega$  の増大につれて狭くなる (Chernov, 1960) といっても、 $P_\xi^{0.5}$  の積分はせいぜい  $\omega^{-2}$  程度にしか小さくならず、全体にかかる  $\omega^3$  の方が強く影響して、 $Q_P^{-1}$  も  $Q_S^{-1}$  も共に依然として  $\omega$  の一次で単調に増加する。数値積分の結果を図39に示す。 $a\omega/\beta_0 \ll 1$  では  $Q_S^{-1} \approx \varepsilon^2 (a\omega/\beta_0)^3$  であり、条件 (5.25.2) は  $\varepsilon^2 (a\omega/\beta_0)^4 \ll 1$  となるので、これは  $\varepsilon^2 \ll 1$  であるかぎり満たされる。しかし、 $a\omega/\beta_0 \gg 1$  では  $Q_S^{-1} \approx$

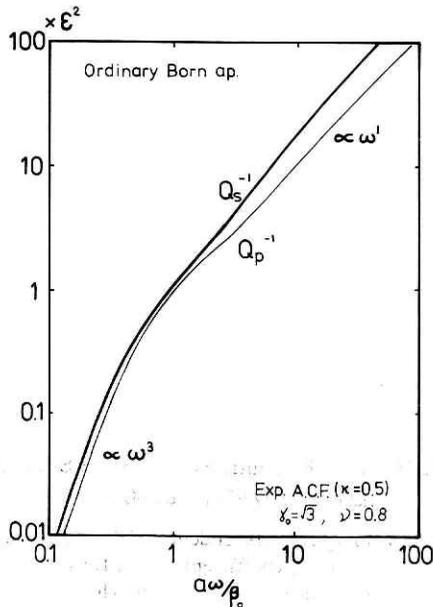


図39  $Q_P^{-1}$  と  $Q_S^{-1}$  の周波数依存性。通常のボルン近似によって導かれる散乱減衰  $Q_P^{-1}$  及び  $Q_S^{-1}$  は、高周波数側で周波数と共に一次で増大する。

Fig. 39 Frequency dependences of  $Q_P^{-1}$  and  $Q_S^{-1}$ . Ordinary Born approximation predicts that scattering  $Q_P^{-1}$  and  $Q_S^{-1}$  linearly increase with frequency.

$\epsilon^2 a\omega/\beta_0$  となるので、条件 (5.25.2) は  $\epsilon^2 (a\omega/\beta_0)^2 \ll 1$  となる。  $\epsilon^2$  をよほど小さくとらないと、この条件を満たすことはできず、ボルン近似は破綻してしまう。  $Q_P^{-1}$  についても同様のことが言える。  $\kappa = 0.5$  のみならず任意の  $\kappa$  についても、  $Q_P^{-1}$  及び  $Q_S^{-1}$  は高周波数側で前方散乱が強まり、  $\omega$  と共に増大してしまうのである。

こうして、ボルン近似による散乱減衰の計算では、 von Karman 型のような単純な形状のゆらぎを考える限り、ある周波数にピークを持ち高周波数側で減少するような  $Q_S^{-1}$  を導くことができない。さらに、一次のボルン近似自体が、高周波数側で破綻することがわかる。高次のボルン近似の成立条件については、Hudson and Heritage (1981) が詳しい考察を行っている。

## 5.2 走時のゆらぎを補正した散乱減衰の新理論

### 5.2.1 不均質速度構造の長波長成分による走時のゆらぎ

明瞭なる散乱現象である S コード波の存在を考えると、散乱減衰のメカニズムは捨てがたい。そこで、前節で導いた高周波数側での  $Q_S^{-1}$  の増大を、詳しく調べてみよう。  $al \gg 1$  では  $\psi = 0$  附近の  $P_{\xi}^{\kappa}$  の寄与がほとんどとなるが、このとき引数としての波数ベクトルの大きさはゼロに近い。前方散乱に寄与するのは、P 波の散乱では P 波速度のゆらぎのみ、S 波の散乱では S 波速度のゆらぎのみであったことを思い出そう。ゆらぎのスケールよりも長波長 ( $al \ll 1$ ) では散乱が小さく、波長が  $a$  に近づくに従って散乱が強くなるというのは、物理的に納得できる。だが、ゆらぎのスケールよりも短波長 ( $al \gg 1$ ) において、速度のゆらぎのスペクトル密度  $P_{\xi}^{\kappa}(0)$  が強く寄与する形で散乱減衰が強まるというのは、どういうわけであろうか？

速度構造がランダムに不均質な一次元媒質のアンサンブル (N ケ) を考え、原点で短波長 ( $al \gg 1$ ) の波を発生させ、一定距離  $x$  で波形測定を行う思考実験をしよう (図40)。実験毎に波の到達時刻 (走時) はかなりばらつくであろうが、ゆらぎの大きさが小さければ、波の形はほとんど崩れないであろうことが、容易に想像できる。  $i$  番目の媒質において観測される波形  $u^i(x, t)$  と一様媒質である場合に観測されるであろう波形  $u^0(x, t)$  との差  $[u^i(x, t) - u^0(x, t)]$  は、走時のゆらぎによって媒質毎にかなりばらつくはずである。従来のボルン近似では定常波の散乱を考えていたために、時間をそろえてこの 2 乗平均をとり [(5.18) に対応] 立体角で積分して [(5.24.1, 2) に対応]、散乱減衰を計算したつもりになっていたのである。こうして導いた  $Q^{-1}$  は、短波長側では、波の振幅減衰のパラメーターと言うよりも、走時のゆらぎによって生じた波の時間軸上でのばらつきの程度を表わすパラメーターと考えた方がよい。このことは、筆者によって初めて指摘された (Sato, 1982 a)。

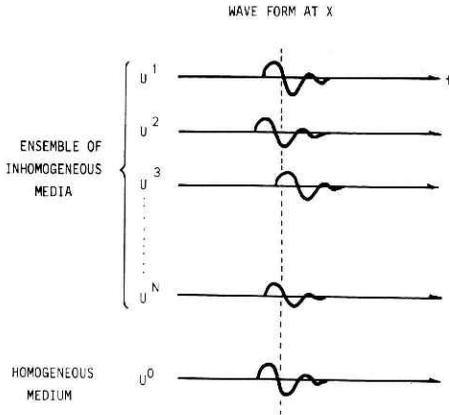


図40 一次元ランダム速度構造におけるパルス波 ( $al \gg 1$ ) 伝播の思考実験. 波形はほとんど変わらないが, 走時はかなりばらつくであろう.

Fig. 40 Thinking experiment for impulsive wave propagation in randomly velocity fluctuating media for  $al \gg 1$ . It is predicted that wave shapes are nearly the same each other but their arrival times are different.

### 5.2.2 走時のゆらぎを補正したボルン近似

地震観測データの解析では, 走時のゆらぎを気にせずに直達S波と思われる時刻附近での最大振幅を読みとり, 震源での振幅で規格化して震源距離に対しプロットし, その勾配から  $Q_s^{-1}$  を求めている (Aki, 1980a). 読取者が無意識のうちに, 不均質速度構造の長波長成分による走時のゆらぎを補正していると言っても良い. アレイ観測によって走時のゆらぎを観測し, 不均質速度構造の長波長成分の地域性を決定論的に求める三次元インバージョン法と, 相補的であると考えられる.

走時のゆらぎをあらかじめ補正した上で散乱振幅をボルン近似で計算し, その2乗のアンサンブル平均を全立体角で積分すれば, 地震観測に対応する  $Q_s^{-1}$  を導くことができるはずである, と筆者は考えた (Sato, 1984). 走時のゆらぎを生じるのは, 前方散乱波が入射波と同じ伝播速度を持つPP散乱とSS散乱のみなので, これらについて走時の補正を行えば良い. 不均質構造の影響は, 従来のボルン近似ではすべて散乱振幅で表わされていたが, 「走時のゆらぎを補正したボルン近似」では, 「走時のゆらぎ」と「走時のゆらぎを補正した散乱振幅」の組合せによって表現されることになる.

まず, 走時のゆらぎ  $\delta t(\vec{x})$  を補正したベクトル波  $\vec{u}^T(\vec{x}, t)$  を考えよう. 従来のベクトル波とは,

$$u_i(\vec{x}, t) = u_i^T(\vec{x}, t + \delta t(\vec{x})) \quad (5.26)$$

と関係づけられる. これを (5.1) に代入して  $\delta t$  の2次以上の項を無視すると,

$$\begin{aligned}
 \rho_0 \partial_t^2 u_i^T = & \lambda_0 [\partial_i (\partial_j u_j^T)] + \mu_0 [\partial_j (\partial_i u_j^T + \partial_j u_i^T)] \\
 & + \partial_i [\delta \lambda (\partial_j u_j^T)] + \partial_j [\delta \mu (\partial_i u_j^T + \partial_j u_i^T)] - \delta \rho \partial_t^2 u_i^T \\
 & + \left\{ \lambda_0 [\partial_i \delta t (\partial_j \partial_t u_j^T)] + \partial_i \partial_j \delta t \cdot \partial_t u_j^T + \partial_j \delta t \cdot \partial_i \partial_t u_j^T \right. \\
 & + \mu_0 [\partial_j \delta t (\partial_i \partial_t u_j^T + \partial_j \partial_t u_i^T)] + \partial_j \partial_i \delta t \cdot \partial_t u_j^T + \\
 & \left. + \partial_i \delta t \cdot \partial_j \partial_t u_j^T + \partial_j^2 \delta t \cdot \partial_t u_i^T + \partial_j \delta t \cdot \partial_j \partial_t u_i^T \right\}
 \end{aligned}
 \tag{5.27}$$

を得る。大カッコ { } の中が、走時のゆらぎの補正項であり、 $\delta t$  はすべて空間微分の入っている。 $\vec{u}^T$  について、単位振幅の入射平面波を考え、5.1.1で求めたように、一次のボルン近似で走時のゆらぎを補正した散乱振幅  ${}_T F^{PP}$ ,  ${}_T F^{SS}$ ,  ${}_T F^{SS}$  を計算すれば良い。

まず、P波が  $x_3$  軸方向に入射する場合を考えよう。P波速度のゆらぎ  $\delta \alpha$  を、ある波長  $\lambda_c$  を境にして、フーリエの意味で長波長成分  $\delta \alpha^L$  と短波長成分  $\delta \alpha^S$  とに分割する (図41)。ここで  $\lambda_c = 2 \lambda_p$  と仮定する。この長さは、 $\delta \alpha^L$  が少なくとも地震波の波長  $\lambda_p$  にわたって同一符号をとる、即ち一波長にわたってすべての位相を同一方向に進める、又は遅らせることのできる最も短い波長である。これより短い波長の成分  $\delta \alpha^S$  は速度としての意味を持たず、散乱源として働くのみである。

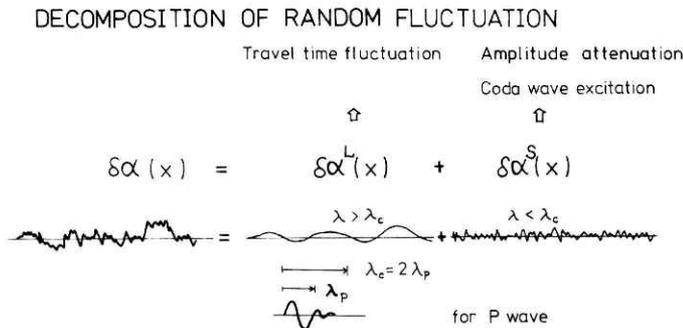


図41 速度構造のゆらぎを、地震波の波長の2倍を境 ( $\lambda_c$ ) にして2つに分割する。長波長成分は走時のゆらぎを生じさせ、短波長成分は散乱体として働き、直達波の振幅を減衰させ、コーダ波を励起する。

Fig. 41 Decomposition of the velocity fluctuation into two components; the longer wavelength component causes travel time fluctuation and the shorter wavelength component attenuates the amplitude of direct wave and excites coda waves working as scatterers, where the boundary wavelength  $\lambda_c$  is taken to be two times of the wavelength of seismic wave:  $\lambda_c = 2 \lambda_p$  for P wave and  $\lambda_c = 2 \lambda_s$  for S wave.

$$\left\{ \begin{aligned} \delta \alpha(\vec{x}) &= \delta \alpha^L(\vec{x}) + \delta \alpha^S(\vec{x}) \\ \delta \alpha^L(\vec{x}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} H\left(\frac{k}{2} - m\right) \delta \hat{\alpha}(\vec{m}) e^{i(\vec{m} \cdot \vec{x})} d\vec{m} \\ \delta \alpha^S(\vec{x}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} H\left(m - \frac{k}{2}\right) \delta \hat{\alpha}(\vec{m}) e^{i(\vec{m} \cdot \vec{x})} d\vec{m} \end{aligned} \right. \quad (5.28)$$

P波の走時のゆらぎ  $\delta t^P(\vec{x})$  は、波線上の線積分として表わされる。ここで  $ds$  は線素である。

$$\delta t^P(\vec{x}) = \frac{1}{\alpha_0} \int_{\text{Ray path}}^{\vec{x}} \left( \frac{\delta \alpha^L(\vec{x}')}{\alpha_0} \right) ds(\vec{x}') \quad (5.29.1)$$

$x_3$  方向への伝播を考えているのだから、微分形で

$$\partial_i \delta t^P(\vec{x}) = \delta_{i3} \left[ \frac{\delta \alpha^L(\vec{x})}{\alpha_0^2} \right] \quad (5.29.2)$$

と書くことができる。(5.29.2)を(5.27)に代入して、ボルン近似により、走時のゆらぎを補正した散乱振幅  ${}_T F_r^{PP}$  を求めることができる。

$${}_T F_r^{PP} = F_r^{PP} + {}_c F_r^{PP} \quad (5.30)$$

(5.27)の大カッコ { } から、走時のゆらぎの補正項  ${}_c F_r^{PP}$  を計算することができる。

$$\begin{aligned} {}_c F_r^{PP}(\psi, \zeta | \omega) &= \left( \frac{k^2}{4\pi} \right) \left[ 1 - \left( \frac{1}{r_0^2} \right) + \cos \psi \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{1}{r_0^2} \right) \cos^2 \psi \right] H\left( \frac{k}{2} - |k_{\vec{r}} - k_{\vec{f}_3}| \right) \frac{\delta \hat{\alpha}(k_{\vec{r}} - k_{\vec{f}_3})}{\alpha_0} \\ &= \left( \frac{k^2}{4\pi} \right) \left[ 1 - \left( \frac{1}{r_0^2} \right) + \cos \psi \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{1}{r_0^2} \right) \cos^2 \psi \right] H(\psi_c - \psi) \frac{\delta \hat{\alpha}(k_{\vec{r}} - k_{\vec{f}_3})}{\alpha_0} \end{aligned} \quad (5.31.1)$$

(5.15.1)に対応して

$${}_c E_{\Gamma}^{\text{PP}}(\psi, \zeta) = \left(\frac{1}{r_0^2}\right) \left[1 - \left(\frac{1}{r_0^2}\right) + \cos \psi + \left(\frac{1}{r_0^2}\right) \cos^2 \psi\right] H(\psi_c - \psi) \quad (5.31.2)$$

ここで

$$\psi_c = 2 \sin^{-1}(1/4) \approx 29^\circ \quad (5.32)$$

$\psi < \psi_c$  という前方の円錐の内側でのみ、走時のゆらぎの補正が効いていることがわかる。

S波の場合も同様に、S波速度のゆらぎを  $\lambda_c = 2\lambda_s$  と選んで2つに分割する。

$$\begin{cases} \delta \beta(\vec{x}) = \delta \beta^L(\vec{x}) + \delta \beta^S(\vec{x}) \\ \delta \beta^L(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} H\left(\frac{l}{2} - m\right) \delta \hat{\beta}(\vec{m}) e^{i(\vec{m} \cdot \vec{x})} d\vec{m} \\ \delta \beta^S(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} H\left(m - \frac{l}{2}\right) \delta \hat{\beta}(\vec{m}) e^{i(\vec{m} \cdot \vec{x})} d\vec{m} \end{cases} \quad (5.33)$$

S波の走時のゆらぎも (5.29.1) と同様に

$$\delta t^S(\vec{x}) = \frac{1}{\beta_0} \int_{\text{Ray path}}^{\vec{x}} \left(\frac{\delta \beta^L(\vec{x}')}{\beta_0}\right) ds(\vec{x}') \quad (5.34.1)$$

$x_3$  軸方向へ伝播するとして

$$\partial_i \delta t^S(\vec{x}) = \delta_{i3} \left[ \frac{\delta \beta^L(\vec{x})}{\beta_0^2} \right] \quad (5.34.2)$$

(5.34.2) を (5.27) に代入して、走時のゆらぎを補正した散乱振幅  ${}_T F_{\psi}^{\text{SS}}$  と  ${}_T F_{\zeta}^{\text{SS}}$  とを、ボルン近似で求めることができる。

$$\begin{cases} {}_T F_{\psi}^{\text{SS}} = F_{\psi}^{\text{SS}} + {}_c F_{\psi}^{\text{SS}} \\ {}_T F_{\zeta}^{\text{SS}} = F_{\zeta}^{\text{SS}} + {}_c F_{\zeta}^{\text{SS}} \end{cases} \quad (5.35)$$

走時のゆらぎの補正項は、

$${}_c F_{\psi}^{\text{SS}}(\psi, \zeta | \omega) = \left(\frac{l^2}{4\pi}\right) \cos \zeta \cos \psi (1 + \cos \psi) H(\psi_c - \psi) \frac{\delta \hat{\beta}(l\vec{r} - l\vec{r}_3)}{\beta_0} \quad (5.36.1)$$

$${}_cE_{\psi}^{SS}(\psi, \zeta) = \cos \zeta \cos \psi (1 + \cos \psi) H(\psi_c - \psi) \quad (5.36.2)$$

及び

$${}_cF_{\zeta}^{SS}(\psi, \zeta | \omega) = \left(\frac{-l^2}{4\pi}\right) \sin \zeta (1 + \cos \psi) H(\psi_c - \psi) \frac{\widehat{\delta\beta}(\vec{l}_r - \vec{l}_{f_3})}{\beta_0} \quad (5.37.1)$$

$${}_cE_{\zeta}^{SS}(\psi, \zeta) = -\sin \zeta (1 + \cos \psi) H(\psi_c - \psi) \quad (5.37.2)$$

と求まる.

走時のゆらぎを補正した散乱振幅  ${}_T F_{\psi}^{PP}$  における  $\widehat{\delta\alpha}/\alpha_0$  の係数の  $\psi$  依存性,  ${}_T F_{\psi}^{SS}$  及び  ${}_T F_{\zeta}^{SS}$  における  $\widehat{\delta\beta}/\beta_0$  の係数の  $\psi$  依存性を図33bに示す. 走時のゆらぎの補正が働いて,  $\psi < \psi_c$  では, これらの散乱振幅はほとんどゼロとみなせることがわかる.

こうして, 速度不均質構造の長波長成分による走時のゆらぎを補正することが, 前方の円錐の内側への散乱をとり除くこととほとんど等価であることが示された. Aki (1981) は, 前方散乱波は入射波と同じ方向へ同じ速度で伝播するのであるから, 時間軸上で直達波相の中へ入り込んでしまうと考え, 散乱減衰の計算をするときにはこれを被積分関数からとり除いておくべきであろう, と指摘した. Wu (1982) は, この考えに従ってアプリオリに前方半空間 ( $\psi < \pi/2$ ) への散乱振幅をゼロとおき, 高周波数側で減少する  $Q^{-1}$  をスカラ一波の場合に導いている.

これまでの計算 (5.14.1, 4, 5), (5.15.1, 4, 5), (5.18), (5.24.1, 2) で,  $F_{\psi}^{PP} \rightarrow {}_T F_{\psi}^{PP}$ ,  $F_{\psi}^{SS} \rightarrow {}_T F_{\psi}^{SS}$ ,  $F_{\zeta}^{SS} \rightarrow {}_T F_{\zeta}^{SS}$  と置きかえるのに対応して,  $E_{\psi}^{PP} \rightarrow {}_T E_{\psi}^{PP}$ ,  $E_{\psi}^{SS} \rightarrow {}_T E_{\psi}^{SS}$ ,  $E_{\zeta}^{SS} \rightarrow {}_T E_{\zeta}^{SS}$  と置きかえる必要がある. 図35bに, 走時のゆらぎを補正した  ${}_T E_{\psi}^{PP}$ ,  ${}_T E_{\psi}^{SS}$ ,  ${}_T E_{\zeta}^{SS}$  の  $\psi$  依存性を示す.  $\psi < \psi_c$  ではかなり小さく, 特に  $\psi = 0$  ではゼロとなる. これによって, 前方における高周波数側でのパワースペクトル密度項の増大を防ぐことができるであろう事がわかる.

速度構造のゆらぎを  $\kappa = 0.5$  (指数型自己相関々数) として,  $a\omega/\beta_0 = 0.1, 1, 10, 100$  と変化させた場合に, PP 及び SS 散乱の走時のゆらぎを補正した単位体積当りの散乱微分断面積と, PS 及び SP 散乱の単位体積当りの散乱微分断面積の  $\psi$  依存性が, どう変化するかを図42に示す.  $a\omega/\beta_0$  の増加と共に, いずれも増大していくが,  $\psi < \psi_c$  では走時のゆらぎの補正が効いているために,  $\langle |F|^2 \rangle / L^3$  はせいぜい  $\varepsilon^2/a$  のオーダーにとどまっていることがわかる. (5.24.1, 2) から, 高周波数側では  $Q_P^{-1} \approx \alpha_0 \varepsilon^2 / (a\omega)$  及び  $Q_S^{-1} \approx \beta_0 \varepsilon^2 / (a\omega)$  となって,  $\omega^{-1}$  に比例して減少するであろうことが予想される. 低周波数側では従来どおり  $\omega^3$  に比例するのであるから, 周波数軸上にピークを持つ  $Q_P^{-1}$  と  $Q_S^{-1}$  とを, ランダム不均質構造による散乱減衰から導くことができた事になる. 数値積分によって求めた  $Q_P^{-1}$  と  $Q_S^{-1}$  とを, 図43に示そう.  $Q_P^{-1}$  では PP 散乱のみならず PS 散乱の

寄与もかなり大きい、 $Q_S^{-1}$  ではほとんどがSS散乱によるものである事がわかる。散乱体として弾性係数のランダムな不均質性を採用したが、この場合Sコーダ波はほとんどSS散乱波である事を確かめることができ (Sato, 1984), 3.1節の性質(B)を導く事ができる。

筆者は、ゆらぎの2パラメーターモデル [(5.19.1, 2) で  $\kappa = 0.5$  に固定] の場合に、 $r_0 = \sqrt{3}$ ,  $\nu = 0.8$  の条件の下で、 $\epsilon^2 = 0.01$ ,  $a = 2$  km と選ぶと、 $Q_S^{-1}$  の周波数依存性と  $g(\pi)$  とを、共にかなり定量的に説明できる事を示した (Sato, 1984)。Aki (1982a) は、ベクトル弾性波の散乱減衰理論の必要性を強調していたが、これは筆者によって構築された。

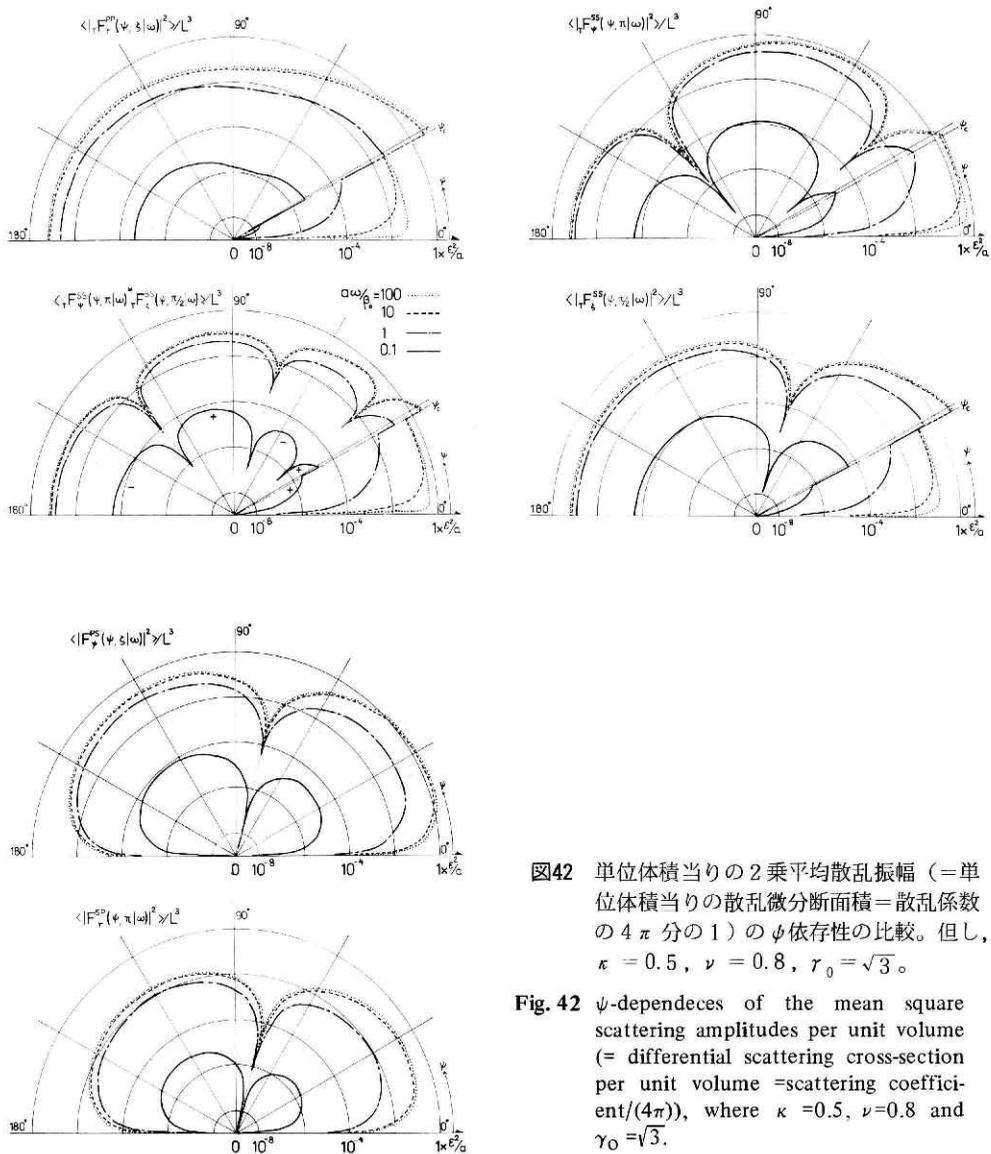


図42 単位体積当りの2乗平均散乱振幅 (= 単位体積当りの散乱微分断面積 = 散乱係数の  $4\pi$  分の1) の  $\psi$  依存性の比較。但し、 $\kappa = 0.5$ ,  $\nu = 0.8$  と  $r_0 = \sqrt{3}$ 。

Fig. 42  $\psi$ -dependences of the mean square scattering amplitudes per unit volume (= differential scattering cross-section per unit volume = scattering coefficient/( $4\pi$ )), where  $\kappa = 0.5$ ,  $\nu = 0.8$  and  $r_0 = \sqrt{3}$ .

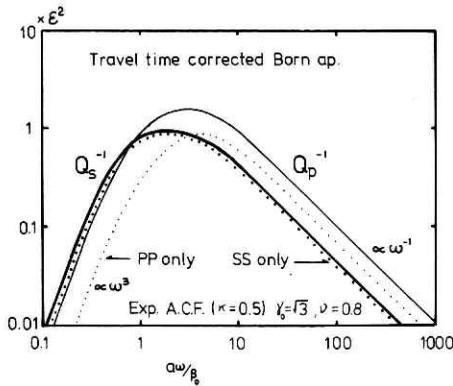


図43  $Q_P^{-1}$ と $Q_S^{-1}$ の周波数依存性。走時のゆらぎを補正したボルン近似から導かれる $Q_P^{-1}$ と $Q_S^{-1}$ とは、共にピークを持ち高周波数側で減少する。細点線はPP散乱のみによる減衰を、太点線はSS散乱のみによる減衰を表わす。

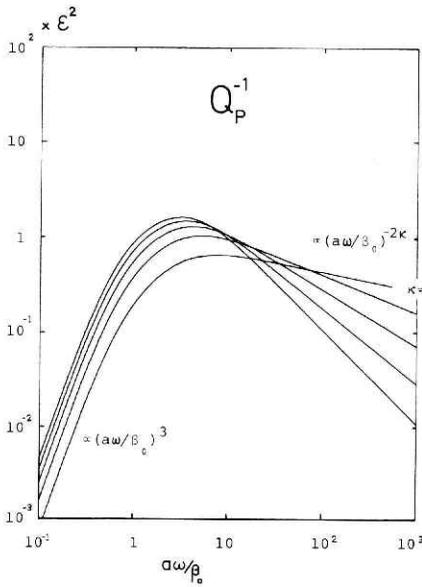
Fig. 43 Frequency dependence of  $Q_P^{-1}$  and  $Q_S^{-1}$ . Travel time corrected Born approximation predicts that both  $Q_P^{-1}$  and  $Q_S^{-1}$  have peaks and decrease with frequency in high frequencies. Fine and bold dotted lines represent the attenuation due to PP scattering only and SS scattering only, respectively.

### 5.3 減衰とSコード波の励起とを定量的に説明するモデル

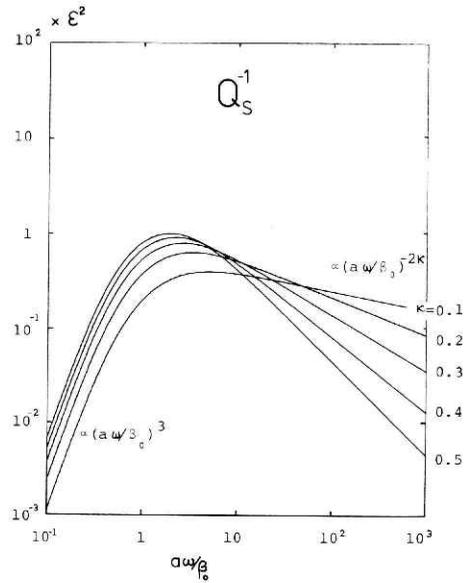
前節では周波数軸上にピークを持つ  $Q_S^{-1}$  を導くことができたが、指数関数型の自己相関関数 ( $\kappa = 0.5$ ) では高周波数側で  $f^{-1}$  に比例してしまい、表1に示されるような観測から得られる  $Q_S^{-1}$  よりも、周波数依存性がやや強すぎるきらいがある。又、 $Q_P^{-1}/Q_S^{-1}$  比が高周波数側で 2.41 となって、やはり図31に示される観測値よりも大きすぎる。

当節では、観測から求められた  $Q_S^{-1}$  と  $Q_P^{-1}/Q_S^{-1}$  比及び  $g(\kappa)$  を定量的に説明できる様に、von Karman 型のゆらぎの次数  $\kappa$  と  $\varepsilon$  に  $a$ 、そして  $r_0$  の4つのパラメーターを求める。リソスフェアの構成岩石の代表値として、 $\beta_0 = 4 \text{ km/sec}$  及び  $\nu = 0.8$  を採用する。(5.19.2)を(5.18)に代入して、走時のゆらぎを補正した散乱微分断面積を求め、(5.24.1, 2)の数值積分を実行する。得られた  $Q_P^{-1}$ 、 $Q_S^{-1}$ 、 $Q_P^{-1}/Q_S^{-1}$  比の  $a\omega/\beta_0$  に対する変化を、 $r_0 = \sqrt{3}$  として図44 a, b, cに示す。 $Q_P^{-1}$ 、 $Q_S^{-1}$  共に低周波数側では  $\kappa$  によらず  $\omega^3$  に比例し、 $ak$ 、 $al \sim 2$  附近に  $\varepsilon^2$  程度のピークを持つが、高周波数側では周波数の増加につれて  $(a\omega/\beta_0)^{-2\kappa}$  の形で減少する。 $\kappa$  が小さいほど、すなわち短波長のゆらぎを多く含むほど、 $Q_S^{-1}$  と  $Q_P^{-1}$  の周波数依存性は小さくなる。又、 $Q_P^{-1}/Q_S^{-1}$  比は、低周波数側では  $\kappa$  によらずほぼ 0.67 であるが、高周波数側では  $\kappa$  に比例 ( $\approx 1.5\kappa + 1.64$ ) して、 $\kappa$  を小さくするとこの比は小さくなる。4.2.1節で述べた様に、関東地方における  $Q_S^{-1}$  の周波数依存性は  $f^{-0.7}$  であるから、 $\kappa = 0.35$  と選ぶべきであることがわかる。このとき、 $Q_P^{-1}/Q_S^{-1}$  比は  $\kappa = 0.5$  の場合にくらべて少し小さくなり、観測からの  $Q_P^{-1}/Q_S^{-1}$  比を説明するのに都合が良い(図31参照)。

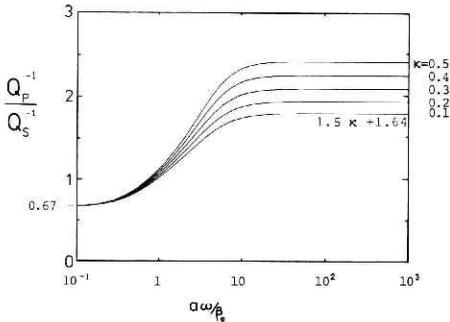
次に  $\kappa = 0.35$  に固定して速度比  $r_0$  を変化させた時、 $Q_P^{-1}$  と  $Q_S^{-1}$  の  $a\omega/\beta_0$  に対する変化を図45 a, bに示す。 $Q_P^{-1}$  も  $Q_S^{-1}$  も、波長が  $\pi a$  附近の時にピークを持つが、 $r_0$  を1に近づけるとP波とS波の波長は同程度となるので、 $Q_P^{-1}$  と  $Q_S^{-1}$  のピークは互いに近づくことがわかる。 $Q_P^{-1}/Q_S^{-1}$  比の  $a\omega/\beta_0$  に対する変化を図45cに示すが、 $r_0$  を小さ



(a)



(b)



(c)

図44 von Karman型のゆらぎの次数を変化させた時の周波数依存性：aは $Q_P^{-1}$ を，bは $Q_S^{-1}$ を，cは $Q_P^{-1}/Q_S^{-1}$ 比を表わす。但し， $r_0 = \sqrt{3}$ ， $\nu = 0.8$ 。

Fig. 44 a, b and c show  $Q_P^{-1}$ ,  $Q_S^{-1}$  and their ratio vs. frequency, respectively, for the von Karman type fluctuation of various order, where  $r_0 = \sqrt{3}$  and  $\nu = 0.8$ .

くすると共に、この比は1に近づく。Ukawa and Fukao (1981)によれば、地震観測から求めた速度比  $r_0$  は地殻上部から上部マントルにかけて 1.65 ~ 1.8 に分布し、この深さに対応する温度・圧力条件下での岩石の室内実験では、もう少し広く 1.5 ~ 2.3 に分布する (図46 a, b)。しかし、1.5 という値をとるのは石英や珪岩のように純鉱物に近い場合であって、地殻重視のモデルを考えて小さい値を  $r_0$  に与えるとしても、せいぜい 1.6 であろう。このとき、 $Q_P^{-1}/Q_S^{-1}$  比は高周波数側で 2.02、低周波数側で 0.714 となる。

$\kappa = 0.35$  として、 $r_0 = 1.6$  と  $\sqrt{3}$  の場合に、 $\epsilon$  と  $a$  とを推定しよう。図30で、2 Hz より高周波数側での関東地方の  $Q_S^{-1}$  (太線) に一致させることにする。低周波数側で、Anderson and Hart (1978) の SL 8 モデルの 0.05 Hz における  $2 \times 10^{-3}$  という値をとる場

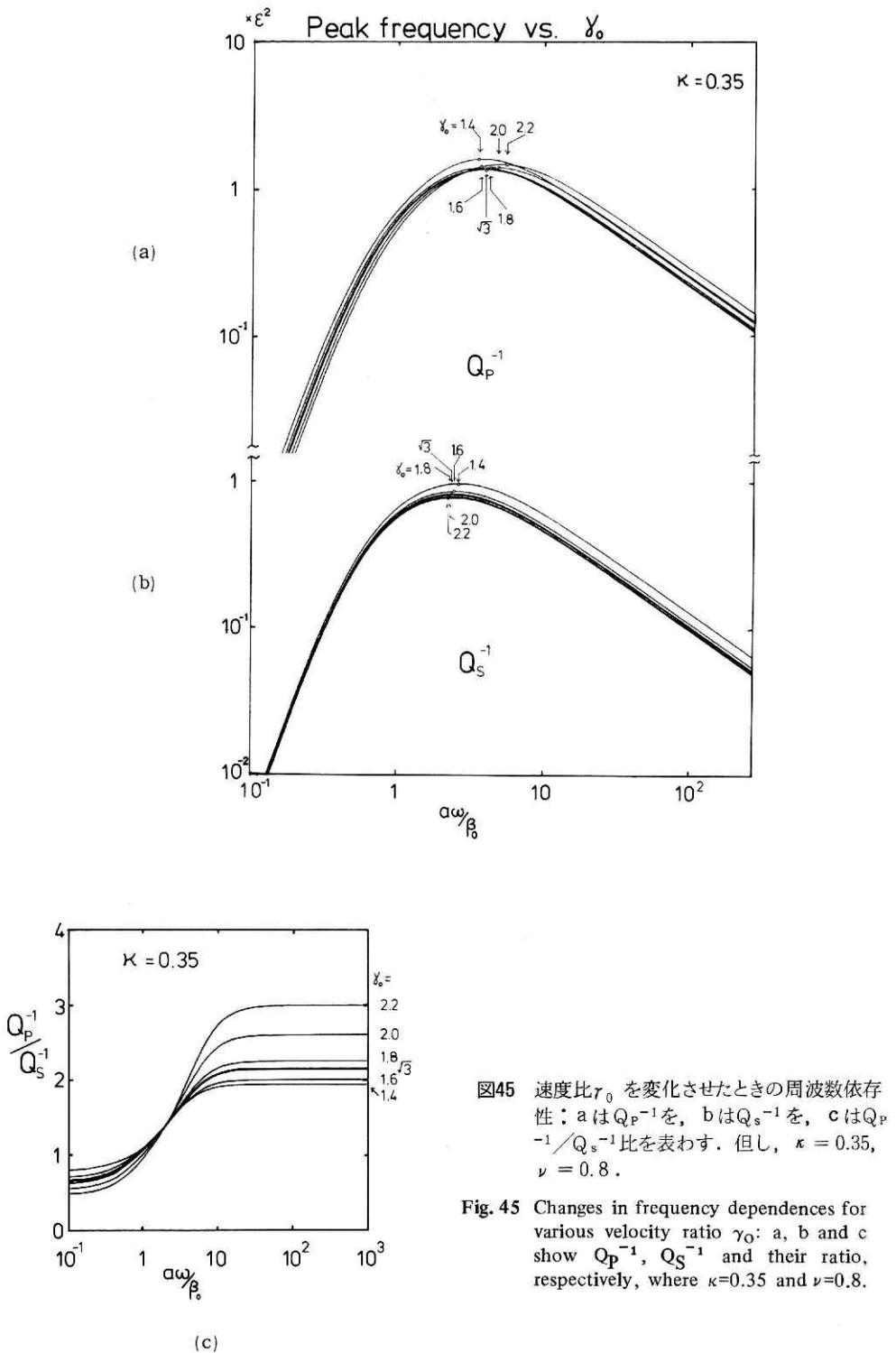


図45 速度比  $\gamma_0$  を変化させたときの周波数依存性: aは  $Q_p^{-1}$  を, bは  $Q_s^{-1}$  を, cは  $Q_p^{-1}/Q_s^{-1}$  比を表わす. 但し,  $\kappa = 0.35$ ,  $\nu = 0.8$ .

Fig. 45 Changes in frequency dependences for various velocity ratio  $\gamma_0$ : a, b and c show  $Q_p^{-1}$ ,  $Q_s^{-1}$  and their ratio, respectively, where  $\kappa=0.35$  and  $\nu=0.8$ .

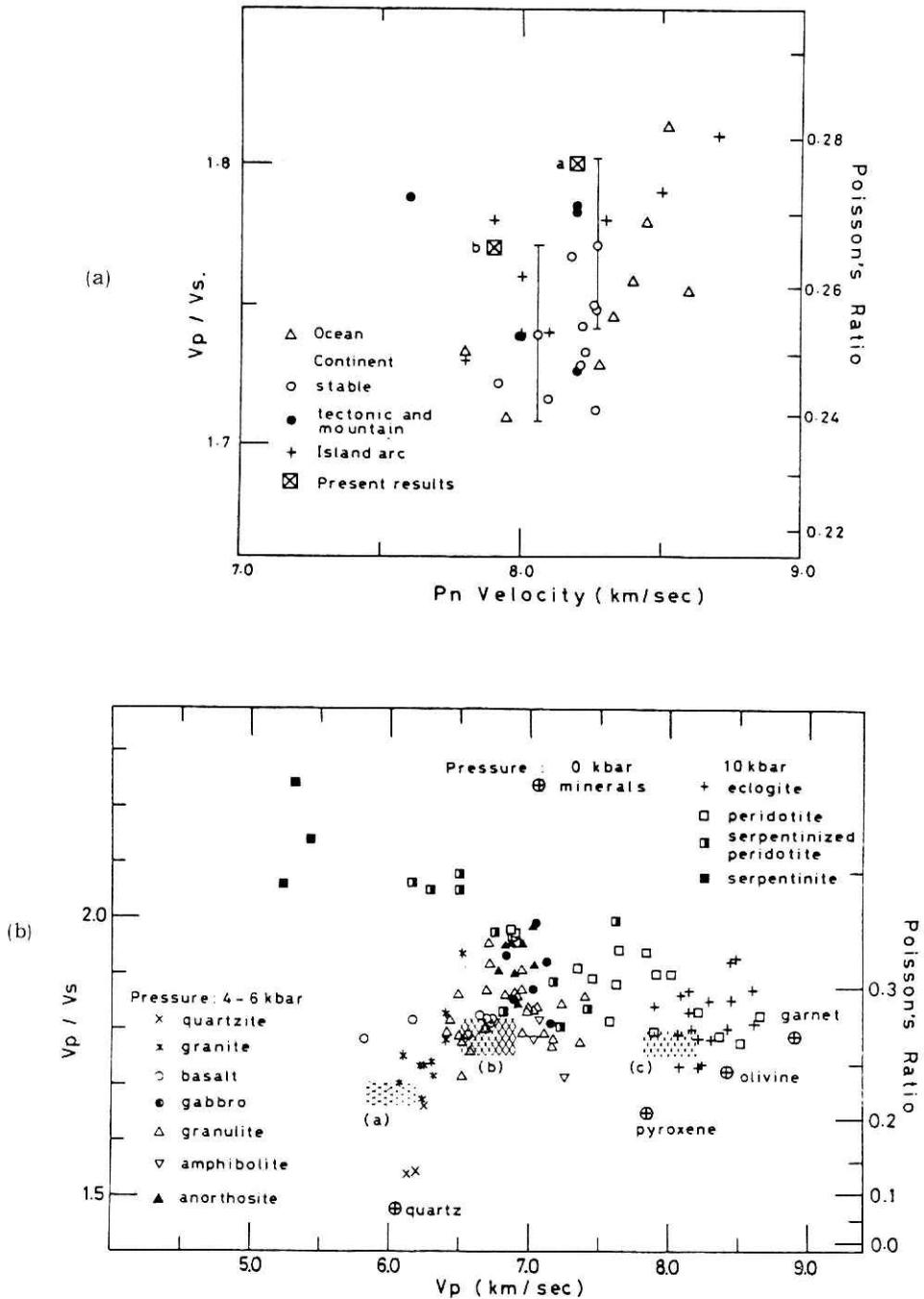


図46 リソスフェアにおける速度比 $\gamma_0$ の測定値 [Ukawa and Fukao (1981), 図14, 15より] : a, 地震観測; b, 室内実験.

Fig. 46 Velocity ratio  $\gamma_0$  ( $\equiv \alpha_0/\beta_0$ ) in the lithosphere: a, seismological measurements; b, laboratory experiments [after Ukawa and Fukao (1981), Figs. 14 and 15].

合には、 $\epsilon^2 = 1.3 \times 10^{-2}$  ( $\epsilon = 11.4\%$ )、 $a = 5.1 \text{ km}$  となる。1 Hz にピークを持つようにするには、 $\epsilon^2 = 7.2 \times 10^{-3}$  ( $\epsilon = 8.5\%$ )、 $a = 2.1 \text{ km}$  となる。図36 a に示すように、 $R_{\xi}^{0.35}(a_e) = \epsilon^2 / e$  になる距離  $a_e$  は、 $a = 5.1 \text{ km}$  の場合 3.8 km、 $a = 2.1 \text{ km}$  の場合は 1.6 km である。 $Q_S^{-1}$  に関するかぎり、 $r_0 = 1.6$  と  $\sqrt{3}$  の場合の違いはほとんど無いといって良い。又、100 Hz 程度までは、ボルン近似成立のための条件 (5.25.2) は満たされている。図31 に  $Q_P^{-1} / Q_S^{-1}$  比をプロットしたが、 $r_0 = \sqrt{3}$  の場合には高周波数側で 2.17 と大きくなりすぎ、 $r_0 = 1.6$  の方が観測と調和的である。低周波数側では 1 より小さくなっているものの、S L 8 モデルの比ほどには小さくならない。このときの S コード波励起の強さを表わす  $g^{0.35}(\pi)$  を、図47 に示す。S S 散乱のみなので、 $r_0$  の違いは表われない。1~30 Hz で、Aki (1980b) の測定値 (3.26) よりやや小さいが、Sato (1978) の測定値 (3.25) とは良い一致を示している。

かくして、von Kaman 型のゆらぎでリソスフェアのランダム不均質構造を表現すると、関東地方における  $Q_S^{-1}$  と  $g(\pi)$  及び世界各地での  $Q_P^{-1} / Q_S^{-1}$  比を、定量的に説明できることが示された。各パラメーターの最適値は、 $\beta_0 = 4 \text{ km/sec}$ 、 $r_0 = 1.6$  即ち  $\alpha_0 = 6.4 \text{ km/sec}$ 、 $\nu = 0.8$  として  $\kappa = 0.35$ 、 $\epsilon^2 = 7.2 \times 10^{-3}$ 、 $a = 2.1 \text{ km}$  ( $a_e = 1.6 \text{ km}$ )、又は  $\epsilon^2 = 1.3 \times 10^{-2}$ 、 $a = 5.1 \text{ km}$  ( $a_e = 3.8 \text{ km}$ ) である。

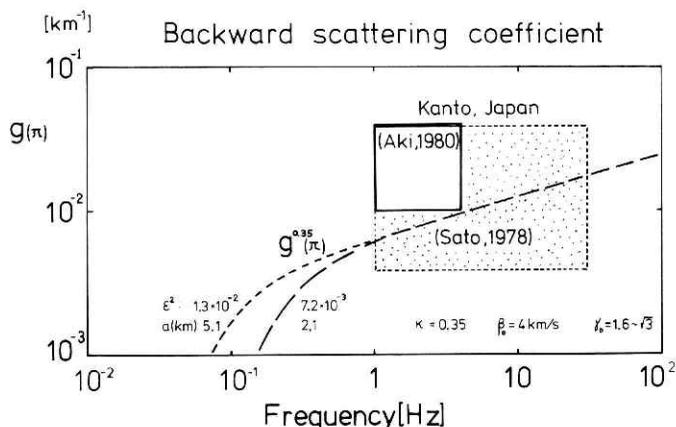


図47 S S 後方散乱振幅  $g(\pi)$  の周波数に対するプロット。2つの破線は、ランダムに不均質な弾性構造による散乱の理論曲線  $g^{0.35}(\pi)$ 。

Fig. 47 Frequency dependence of SS backward scattering coefficient  $g(\pi)$ . Two broken curves are theoretically predicted from the scattering due to randomly inhomogeneous elastic structure,  $g^{0.35}(\pi)$ .

## 6. 結 論

リソスフェアのランダムな不均質構造のために、その中を伝わる地震波は散乱される。直達波の振幅は伝播するにつれて減衰し、時間軸上でS波相の後にSコーダ波と呼ばれる波群を形成する。このSコーダ波を、一様かつランダムな弾性不均質構造によるSS一次散乱波と解釈して、そのエネルギー密度の時空分布を解析的に求めることに成功した (Sato, 1977a, 1982c)。この解は、Sコーダ波振幅の時間変化の仕方が震源距離によらないこと及び地震マグニチュードと $t-P$ 時間の対数が比例するという観測事実を、説明することができる。この理論をもとに関東地方の近地地震を解析し、Sコーダ波の励起の強さを表わす後方散乱係数を初めて精密に測定して、 $1\sim 30\text{Hz}$ で $g(\pi)=1.2\times 10^{-2}\text{ km}^{-1}$ を得た (Sato, 1978)。さらに、同地方でのS波の減衰 $Q_S^{-1}$ は、 $3\text{ Hz}$ で $6\times 10^{-3}$ 、 $23\text{ Hz}$ で $10^{-3}$ と、高周波数側で小さくなることが明らかにされた (佐藤・松村, 1980a)。世界中のテクトニクス的に活動度の高い地域での測定を総合し検討した結果、 $Q_S^{-1}$ は $0.5\text{ Hz}$ 附近にピークを持ち、高周波数側で周波数の $-0.5\sim -0.9$ 乗に比例し、特に関東地方では $-0.7$ 乗に比例することがわかった。又、 $Q_P^{-1}/Q_S^{-1}$ 比は、 $1\text{ Hz}$ より高周波数側ではマントルにおける比よりも大きく、 $1\sim 2$ という値をとる場合が多いことがわかった。

これまでに提唱されたとの減衰のメカニズムも、この $Q_S^{-1}$ の周波数依存性とSコーダ波の励起の強さの両方を統一的に説明することができなかつた。Sコーダ波の励起を重視すると、必然的に不均質構造による散乱減衰を考える必要が生じる。しかし、従来の統計的散乱減衰理論から導かれる $Q_S^{-1}$ は、周波数軸上にピークを持たずに周波数と共に単調に増加し、観測と矛盾するとされていた。だが、この矛盾は散乱減衰のメカニズムそのものを否定しているのではなく、従来の理論における統計平均のとり方と、地震観測における $Q_S^{-1}$ 測定時の統計平均のとり方との違いに由来することが示された (Sato, 1982a, b)。筆者は、不均質速度構造の長波長成分に起因する走時のゆらぎを波動方程式の段階であらかじめ引き去り、ボルン近似によって散乱によるエネルギーロスを計算し、ランダム構造に関する統計的平均操作を行う、一連の理論を定式化した (Sato, 1984)。これによって導かれる $Q_S^{-1}$ は、周波数軸上にピークを持ち、高周波数側で減少し、観測結果と調和的である。走時のゆらぎを補正する事と、散乱減衰の立体角積分において前方周辺への散乱によるエネルギーロスを無視する事とが、等価である事も明らかにされた。

定量的な解析の結果、P波及びS波速度の無次元化したゆらぎが等しく、 $0.35$ 次の von Karman 型の自己相関々数によって表わされるとし、密度と速度の無次元化したゆらぎの比を Birch の法則から $0.8$ とすると、関東地方におけるS波の減衰 $Q_S^{-1}$ とSコーダ波の励起の強さ $g(\pi)$ 、及び世界各地での $Q_P^{-1}/Q_S^{-1}$ 比を、ランダムな不均質構造による散乱で統一的に説明できることが示された。パラメーターの最適値は、S波速度を $4\text{ km/sec}$ 、P波と

S波の速度比を1.6として、ゆらぎの2乗平均が $7.2 \times 10^{-3}$  (又は、 $1.3 \times 10^{-2}$ )、相関距離が2.1 km (又は、5.1 km)と求まった。

Sコード波の励起とS波の減衰とは、これまで別々に研究されてきた。筆者は、「この二つは不可分であり、周波数依存性まで含めて、波動方程式に基き統一的に説明されなければならない」と主張した。この考えは、本論文において理論的に解かれ、さらに観測データの解析から、「弾性体としてかなりのランダム不均質性を持つリソスフェア」という像を得ることができた。

散乱と減衰に関する観測及び理論上の問題点と今後の展望を以下に述べる。

観測面では、1 Hz 以下の  $Q_S^{-1}$  はSコード波振幅の時間変化からの推定値がいくつかあるだけなので、今後さらに測定例の増加が望まれる。 $Q_P^{-1}$  さらには  $Q_P^{-1}/Q_S^{-1}$  比の測定は、1 Hz 以上であっても  $Q_S^{-1}$  の測定にくらべて数も少なく、精度もかなり悪い。Sコード波の励起強度  $g(\pi)$  も、関東地方における測定しか無いので、他のいろいろな地域での測定との比較が可能になることを期待したい。

これまでSコード波の観測と解析は一成分のみであったが、Sato (1977b, 1984) は、PP, PS, SP, SS, 各々の一次散乱エネルギーを加え合わせることによって、Pコード波まで含めた三成分地震波形の概形の理論計算を試みている (図48)。今後、Sコード波尾部のみでなく、直達波近くまで含めた三成分地震波形概形の観測が重要になってくるものと思われる。

本論文においては、ゆらぎについて一様性と等方性を仮定したが、深さと共にゆっくりとゆらぎの大きさが変化する可能性は大きい。大気じょう乱中を伝わるマイクロ波の場合には、水平方向にガウス型、鉛直方向に指数関数型の自己相関々数を、屈折率のゆらぎについて考えた研究がなされている (Tsang and Kong, 1980)。リソスフェアの不均質構造も、水平方向と鉛直方向では形状や相関距離が異なると考える方が自然であり、その場合伝播方向によって散乱の様子も異なってくるであろうことが予想される。現状では観測との比較は難しいものの、この方面の理論的發展が望まれる。

不均質性がさほど強くないとして、本稿では一次散乱のみに考察を限ったが、この発展として、3.2節末尾に述べたように多重散乱の理論的研究を進めることが必要であろう。

散乱理論に基く観測研究の地震予知への応用は、改めて次章において論ずることとする。

## 7. 地震予知への応用

本稿では、Birch の法則及びP波とS波の速度のゆらぎの相似性を仮定し、地震波を散乱させる不均質構造を静的にとらえてきた。しかし、テクトニクス的な応力下にある地殻内では、不均質構造も時間的に変化する可能性がある。応力が加われば、最大圧縮軸方向に配列

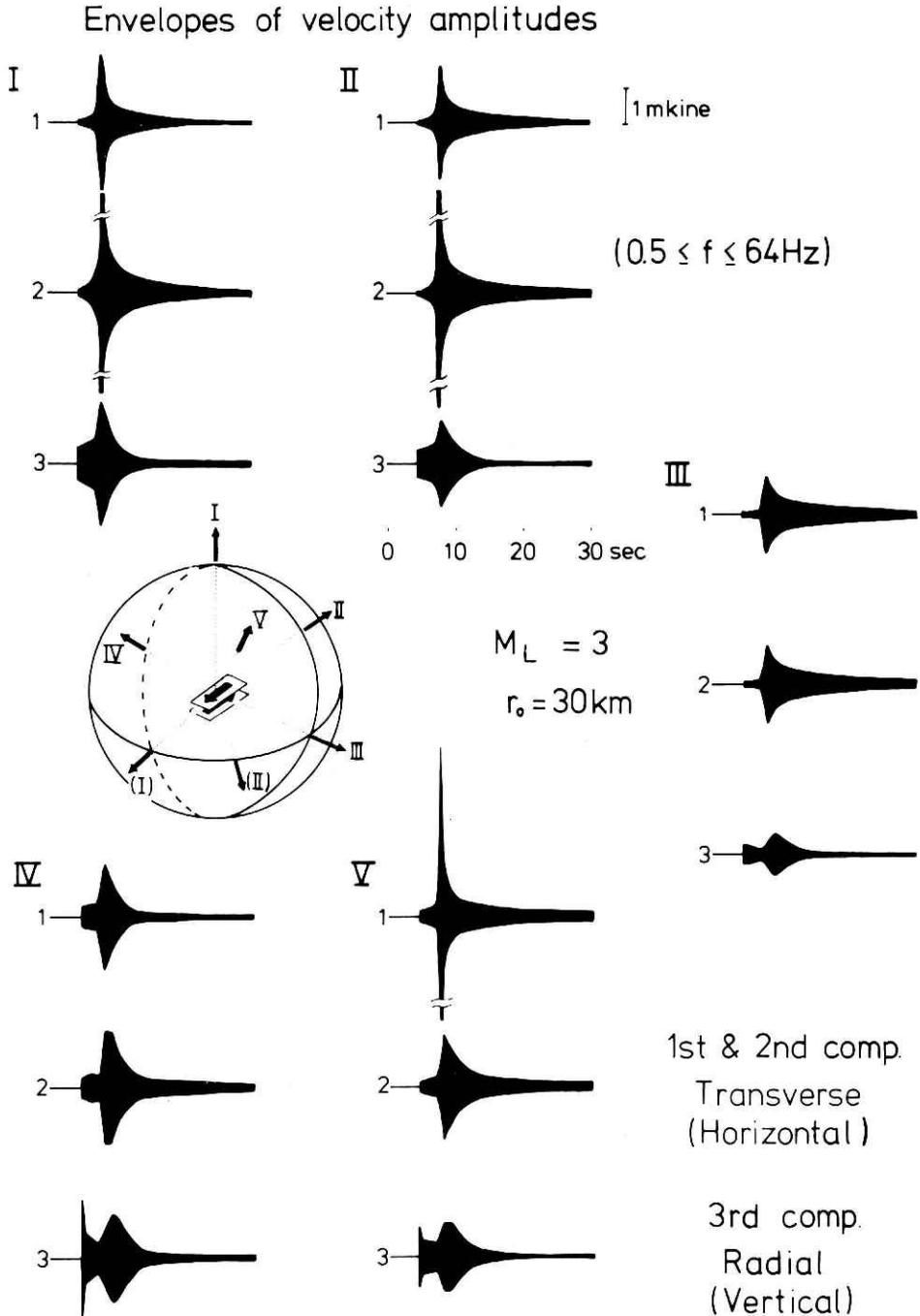


図48 一次散乱波の重ね合せによって理論的に計算された、ランダムに不均質な媒質における三成分速度振幅の概形 [Sato (1984), 図24より]。

Fig. 48 Synthesized envelopes of three-component velocity amplitudes based on the summation of incoherent singly scattered waves in the randomly inhomogeneous elastic medium [after Sato (1984), Fig. 24].

した既存のクラックは開きはじめ、大きなアスペクト比を持つようになるであろう。開いたクラックは散乱体として有効に機能しはじめるであろうから、コーダ波の励起は強まり、直達波の振幅減衰は大きくなり、かつ実体波の三次元軌跡は球状に近くなるように変化するであろうことが予測される。 $Q_s^{-1}$  のピークを導くにはあまりに長いクラックを必要とするために否定された、クラックによる散乱も、さらに高い周波数帯においては重要になってくるものと考えられる。クラックは間隙水圧の上昇によって開くことも考えられ、これにともなうP波やS波に対する散乱の効果も変化するであろうし、水のクラック間流動や粘性による減衰量の変化も、それなりの高い周波数領域では考慮する必要が生じるであろう。このような状況を記述するには、密度やP波やS波速度のゆらぎを、それぞれ独立に与え、三次元的にも非等方性を考える必要がある。

Suyehiro (1968) は、松代群発地震 (1965年8月に初まり、1966年に最盛) の震源域において観測された近地地震 (S-P時間: 約2秒) のP波スペクトルを、群発地震発生前 (1964年1月) と活動の終末期 (1967年1月) とで比較したところ、群発地震発生前には200 Hz以上の高周波が豊富に記録されたが、終末期にはこのような高周波成分はほとんど見られなくなったことを報告している (図49)。彼はその原因を、群発域の地殻が地震活動によって破碎されたために、高い周波数領域では数多くの割れ目による散乱が強まり、減衰が大きくなったためであろうと推察している。さらに、直達P波に続くPコーダ波について、50 Hz帯ではその振幅減少の仕方が1964年に比べて1967年には緩やかになった、すなわち群発活動後P波散乱が大きくなった、と述べている。Pコーダ波の振幅時間変化の研究としては、Sato and Matsumura (1980b) が関東地方の地震について解析を行っているのみであり、より詳細な理論的研究と観測データの集積が必要とされている。

Nishizawa et al. (1983) は、ニューメキシコ州のLos Alamos hot dry rock地熱地帯における実験で、水圧破壊によって生じた破碎帯を通ってくる10 kHz程度の高周波地震P波の三次元軌跡が、破碎されない部分を通ってくるP波のそれよりもかなり球状に近い、即ち散乱が強いことを観測している。図50に、P波主要動を含む2.5 msec間で計算した三次元共分散テンソルの中間固有値と最大固有値の比を、水の圧入箇所を含む鉛直断面の震源上にプロットしたものを示すが、水を圧入した場所に近いほど球状に近く (黒丸)、遠いほど針状になっている (白丸) ことがわかる。Matsumura (1981) による関東地方の地震P波とS波の三次元軌跡の解析が10 Hz前後であったことを思いおこすと、この三次元軌跡の観測はかなり広い周波数領域で散乱の強さを調べるのに役立つと思われる。Los Alamosの実験では、水の圧入時には非加圧時に比べて10 kHz領域のP波がかなり大きく減衰すること、そしてコーダ波の励起の程度が加圧時と非加圧時で異なることが、Fehler (1982a) によって報告されている。彼は、加圧により間隙水圧が上昇し、クラックが開いて散乱が強まり、かつクラックの中の水の粘性によって減衰が強まったためと説明している。

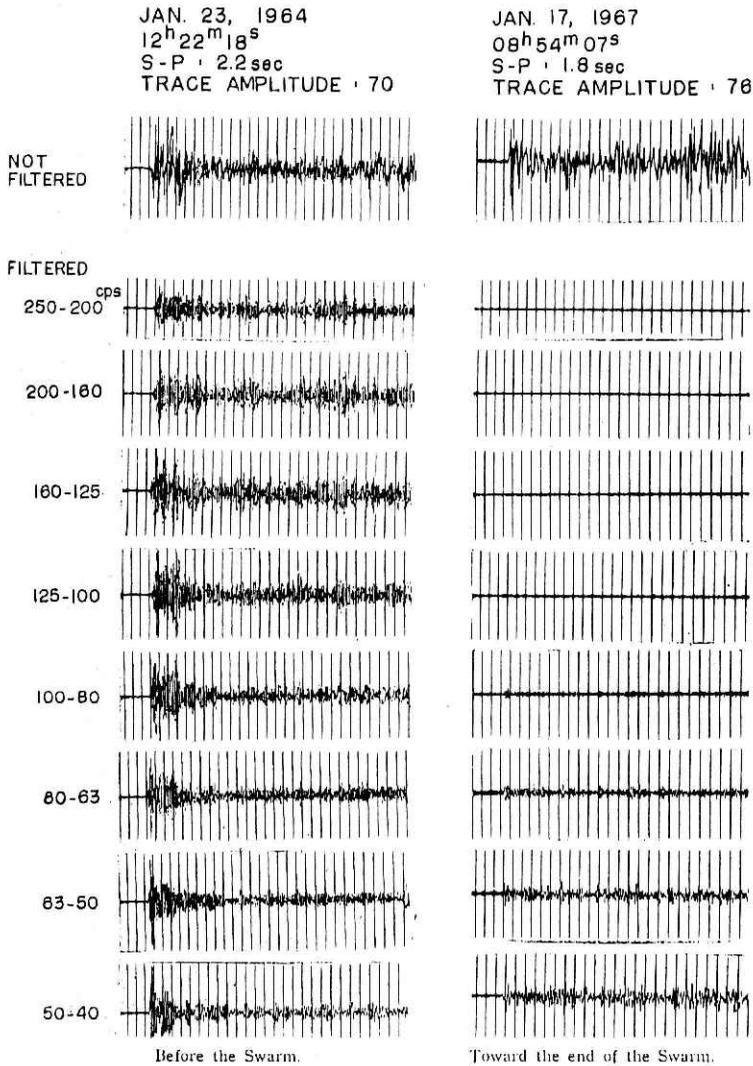


図49 松代群発地震前(1964年)とその終末期(1967年)において、震源域において観測された近地地震のP波及びPコーダ波のバンドパス地震記象 [Suyehiro (1968), 図2より].

Fig. 49 Comparison of band-pass filtered records of P and P coda waves of two local earthquakes, observed in the Matsushiro earthquake swarm region, before the swarm (1964) and toward the end of the swarm (1967) [after Suyehiro (1968), Fig. 2].

S コーダ波振幅の減少の仕方が大地震の前に変化するという観測例が、最近になっていくつ報告されるようになってきた。Gusev and Lemzikov (1983) は、Kuril-Kamchatka 地域でのマグニチュード8クラスの3つの地震について、震源域で発生した地震のS コーダ波振幅の減少の仕方を調べ、地震の発生前1~2年に異常に急勾配 ( $Q_s^{-1}$  が増大) になっていた事を報告している。図51 a は、平常時 (N) と地震前1~2年の異常時 (A) における、S コーダ波振幅の減少の仕方の違いを示したものである。図51 b は、Ust-Kamchatsk 地震 (マグニチュード7.8) の震源域に発生した地震について、S コーダ波振幅の減少の仕方の標準からのズレをパラメーター  $\alpha$  で表わし、その経時変化をプロットしたものである。地震発生より1年前の1971年には、パラメーター  $\alpha$  が負、即ちS コーダ波振幅の減少の仕方が平常時にくらべて急勾配になっており、平常に回復した後に地震が発生している。中国においても、唐山地震 (1976年) の前にS コーダ波波形のパターンが変化したという報告 (Jin, 1984) があり、S コーダ波振幅の減少の仕方を監視することは地震予知に役立つのではないかと考えられるようになってきた (Aki, 1983)。

これまで、S コーダ波は、3.1節で述べたように incoherent な散乱波であるという解釈のもとに、振幅情報のみがとり扱われてきた。しかし、S コーダ波の位相情報を用いた解析も、最近になって着手されるようになった。散乱体の分布が不変と仮定すれば、大地震の前

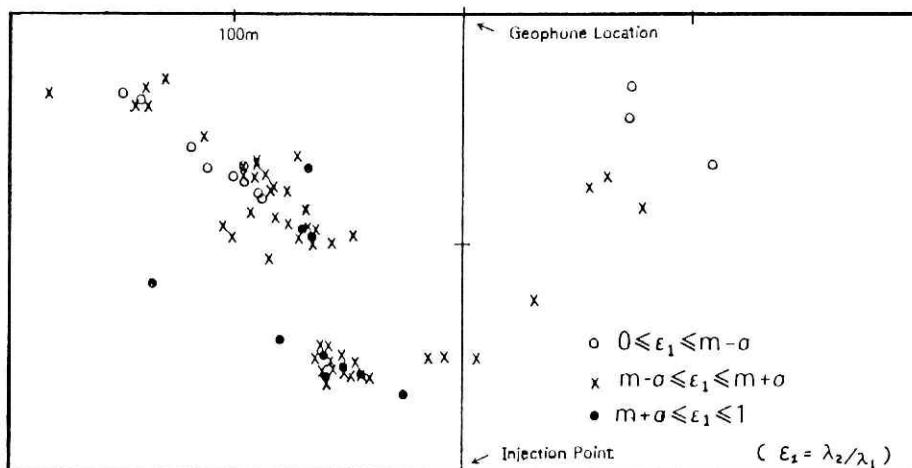


図50 Los Alamos hot dry rock 地熱地帯における水の圧入実験時に観測された高周波地震P波の、2.5 msec間の三次元軌跡のアスペクト比 (中間/最大固有値) を、鉛直断面図上の震源上にプロットしたもの。白丸は針状に、黒丸は球状に近く、X印はその中間の形状 (Nishizawa et al. (1983), 図4より)。

Fig. 50 Water injection experiment at the Los Alamos hot dry rock geothermal area. Plots of the aspect ratios (med./max.) for high frequency P wave three-dimensional particle motion in 2.5 msec. Open circles mean needle-like and closed circles mean sphere-like [after Nishizawa et al., (1983), Fig. 4].

後で震源近傍に発生した同一震源の2つの地震のSコーダ波を解析することによって、あるひろがりを持った領域における平均的なS波速度の変化を調べることができる。Poupinet et al. (1983) は、カリフォルニアのCoyote Lake地震(1979年, マグニチュード5.9)を境にして、その余震域の南端の半径5~10kmの領域で、S波速度が0.2%低下した事を出している。速度変化に関して走時法と比較した場合、Sコーダ波は単一の地震記象である空間的領域内の平均的な情報を持っている、という利点がある。

散乱や減衰の仕方と、クラックのアスペクト比や間隙水圧との関係(Fehler, 1982bなど)は、理論的に解明されていない点が多いが、上記のような実験や観測から、P波やS波相の三次元軌跡や減衰の強さ、Sコーダ波の励起の強さや振幅減少の仕方などを観測し続ける事により、地下の開いたクラックの存在や分布強度の時間変化を知ることができるものと思われる。

一般に、散乱の強さは、散乱体の空間的大きさと地震波の波長とが同程度の時に顕著になる。地震マグニチュード $M_L$ と断層の長さ $L_f$  [cm]との関係として、Wyss and Brune (1968)による式 $M_L = 1.9 \log L_f - 6.7$ を用いると、S波速度を $\beta_0 = 4 \text{ km/sec}$ として、たとえば $M_L = 1$ の時には $L_f = 1.1 \times 10^4$ で $\beta_0/L_f \approx 35 \text{ Hz}$ ,  $M_L = 0$ では $L_f = 3.3 \times 10^3$ で $\beta_0/L_f \approx 121 \text{ Hz}$ となる。この程度の長さのクラックの開閉をも監視しようと

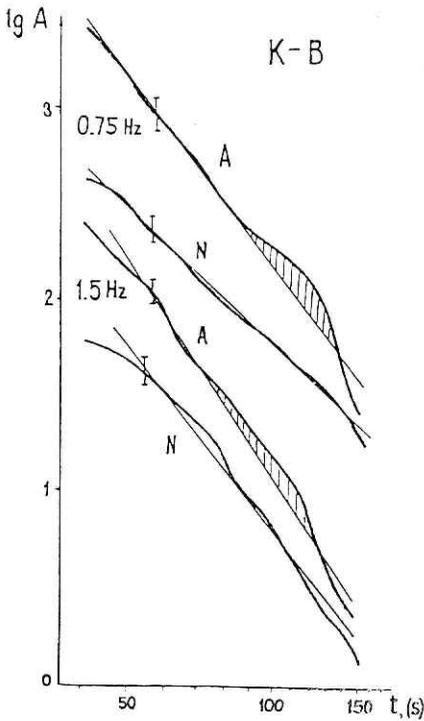


図51 a Sコーダ波振幅の時間変化。平常時(N)よりも、異常時(A)の方が勾配が急である。平常時の勾配からの偏差をパラメーター $\alpha$ で表わす[Gusev and Lemzikov (1983), 図9より]。

Fig. 51a Illustration of temporal decay curves of S coda waves. The decay ratio is steeper in anomalous period (A) than in normal period (N). Parameter  $\alpha$  represents the deviation of the gradient from the normal S coda decay gradient [after Gusev and Lemzikov (1983), Fig. 9].

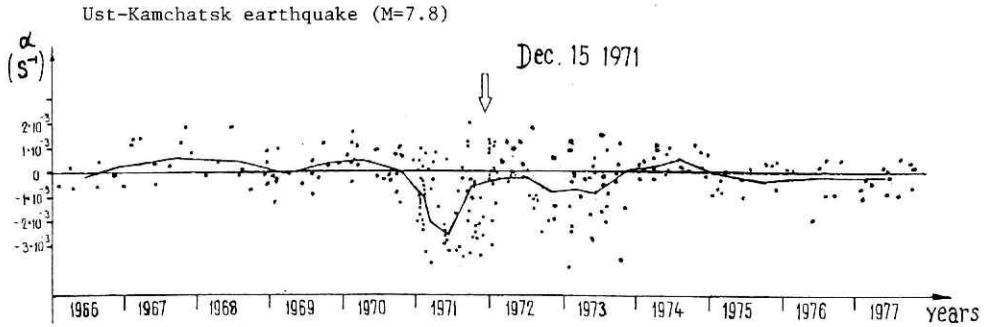


図51b Ust-Kamchatsk 地震前後の、パラメーター $\alpha$ の経時変化。地震発生より約1年前に、 $\alpha$ は負の値をとっている(勾配が平常時より急) [Gusev and Lemzikov (1983), 図8より]。

Fig. 51b Temporal changes in parameter  $\alpha$  values before and after the Ust-Kamchatsk earthquake. Parameter  $\alpha$  takes negative value (decay curves are steeper than that in the normal) nearly one year before the earthquake [after Gusev and Lemzikov (1983), Fig. 8].

するならば、現在行われている微小地震観測の典型的な周波数帯域(1~20Hz)よりも、高周波数側での観測を強化することが重要と考えられる。特に三次元軌跡の観測には、地表からの反射波による乱れを防ぐためにも、軟弱な堆積層の下、少なくとも1000m級の井戸の底に地震計を設置することが望ましい。

散乱と減衰の研究が静的な不均質構造を調べるのに有力な手段であるという段階にとどまらず、地震予知を強く志向して、その時間的変化の研究へと展望が開かれていくことを期待したい。

## 謝 辞

本論文の作成に当っては、東京大学理学部佐藤良輔教授に格別の御指導・御助言をたまわった。マサチューセッツ工科大学安芸敬一教授は、著者の散乱に関する一連の研究を、一貫して勇気づけて下さった。国立防災科学技術センター地震活動研究室大竹政和室長は、各参考論文作成時に常に有益な助言を下された。著者のコーダ波研究のいとぐちは、高橋博所長と地震防災研究室高橋末雄室長の指導の下での、岩槻深層地震観測施設における地震記録の解析の仕事と、浜田和郎及び石田瑞穂主任研究官との議論を通じてひらかれた。孔井検層データの解析に当っては、木下繁夫主任研究官の助力を得ることができた。三成分波形解析及びS波減衰の解析に当っては、松村正三主任研究官との共同研究が非常に有益であった。記して、これらの方々から心からの感謝をささげる次第である。

参 考 文 献

- 1) Aki, K. (1969) : Analysis of the seismic coda of local earthquakes as scattered waves. *J. Geophys. Res.*, **74**, 615-631.
- 2) Aki, K. (1973) : Scattering of P waves under the Montana LASA. *J. Geophys. Res.*, **78**, 1334-1346.
- 3) Aki, K. (1980a) : Attenuation of shear waves in the lithosphere for frequencies from 0.05 to 25 Hz. *Phys. Earth Planet Inter.*, **21**, 50-60.
- 4) Aki, K. (1980b) : Scattering and attenuation of shear waves in the lithosphere. *J. Geophys. Res.*, **85**, 6496-6504.
- 5) Aki, K. (1981) : Attenuation and scattering of short period seismic waves in the lithosphere. In *Identification of Seismic Sources — Earthquake or Underground Explosion*, Edited by E. S. Husebye and S. Mykkeltveit, pp. 515-541, D. Reidel, Holland.
- 6) Aki, K. (1982a) : Scattering and attenuation. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **72**, S319-S330.
- 7) Aki, K. (1982b) : Three-dimensional seismic inhomogeneities in the lithosphere and asthenosphere : evidence for decoupling in the lithosphere and flow in the asthenosphere. *Rev. Geophys. Space Phys.*, **20**, 161-170.
- 8) Aki, K. (1983) : Theory of earthquake prediction. *Preprint*.
- 9) Aki, K. and M. Tsujiura (1959) : Correlation study of near earthquake waves. *Bull. Earthquake Inst., Univ. Tokyo*, **37**, 203-232.
- 10) Aki, K., M. Tsujiura, M. Hori, and K. Goto (1958) : Spectral study of near earthquake waves. *Bull. Earthquake Inst., Univ. Tokyo*, **36**, 71-98.
- 11) Aki, K. and B. Chouet (1975) : Origin of coda waves ; source, attenuation and scattering effects. *J. Geophys. Res.*, **80**, 3322-3342.
- 12) Aki, K., A. Christoffersson, and E. S. Husebye (1976) : Three dimensional seismic structure of the lithosphere under Montana LASA. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **66**, 501-524.
- 13) Aki, K., A. Christoffersson and E. S. Husebye (1977) : Determination of the three dimensional seismic structure of the lithosphere. *J. Geophys. Res.*, **82**, 277-296.
- 14) Aki, K. and P. G. Richards (1980) : *Quantitative Seismology*. pp. 1-932, W. H. Freeman and Co., San Francisco.
- 15) Anderson, D.L., A. Ben-Menahem and C.B. Archambeau (1965) : Attenuation of seismic energy in the upper mantle. *J. Geophys. Res.*, **70**, 1441-1448.
- 16) Anderson, D.L. and R.S. Hart (1978) : Attenuation model of the earth. *Phys. Earth Planet Inter.*, **16**, 289-306.
- 17) Bakun, W.H., C.G. Bufe, and R.M. Stewart (1976) : Body wave spectra of central California earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **61**, 55-64.
- 18) Batchelor, G.K. (1953) : *The Theory of Homogeneous Turbulence*. pp. 14-33, Cambridge Univ., London.
- 19) Beudet, P.R. (1970) : Elastic wave propagation in heterogeneous media. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **60**, 769-784.

- 20) Bennett, H.F. and W.H. Bakun (1982) : Comment on attenuation of shear waves in the lithosphere for frequencies from 0.05 to 25 Hz. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **29**, 195-196.
- 21) Berteussen, K.A., A. Christofferson, E.S. Husebye, and A. Dahle (1975) : Wave scattering theory in analysis of P wave anomalies at NORSAR and LASA. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **42**, 403-417.
- 22) Birch, F. (1961) : The velocity of compressional waves in rocks to 10 kb. Part 2, *J. Geophys. Res.*, **66**, 2199-2224.
- 23) Biswas, N.N. and K. Aki (1983) : Characteristics of coda waves : central and southern Alaska. *Preprint*.
- 24) Bisztricsany, E.A. (1958) : A new method for the determination of the magnitude of earthquakes. *Geofiz. Kozlem.*, **7**, 2.
- 25) Boettcher, A.L. (1977) : The role of amphiboles and water in circum-Pacific volcanism. In *High Pressure Research*, Edited by M. H. Manghnani and S. Akimoto, pp. 107-125, Academic, New York.
- 26) Capon, J. (1974) : Characterization of crust and upper mantle structure under LASA as a random medium. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **64**, 235-266.
- 27) Chouet, B. (1979) : Temporal variation in the attenuation of earthquake coda near Stone Canyon, California. *Geophys. Res. Let.*, **6**, 143-146.
- 28) Cheng, C.C. and B.J. Mitchell (1981) : Crustal Q structure in the United States from multi-mode surface waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **71**, 161-181.
- 29) Chernov, L.A. (1960) : *Wave Propagation in a Random Medium*. McGraw-Hill, New York, pp. 35-57 and 84-124.
- 30) Christensen, N.I. (1968) : Chemical changes associated with upper mantle structure. *Tectonophysics*, **6**, 331-342.
- 31) Clark, S.P. (1966) : *Handbook of Physical Constants*. p. 300, Geol. Soc. Am., New York.
- 32) Console, R. and A. Rovelli (1981) : Attenuation parameters for Friuli region from strong motion accelerogram spectra. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **71**, 1981-1991.
- 33) Dainty, A.M. and M.N. Toksöz (1981) : Seismic codas on the earth and the moon : a comparison. *Phys. Earth Planet. Int.*, **26**, 250-260.
- 34) Dwyer, J.J., R.B. Herrmann and O.W. Nuttli (1983) : Spatial attenuation of the Lg wave in the Central United States. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **73**, 781-796.
- 35) Fedotov, S. A. and S. A. Boldyrev (1969) : Frequency dependence of the body wave absorption in the crust and the upper mantle of the Kuril-Island chain. *Izv. Earth. Phys.*, No. **9**, 17-33.
- 36) Fehler, M. (1982a) : Using dual-well seismic measurements to infer the mechanical properties of a hot dry rock geothermal system. *J. Geophys. Res.*, **87**, 5485-5495.
- 37) Fehler, M. (1982b) : Interaction of seismic waves with a liquid viscous layer. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **72**, 55-72.

- 38) Frankel, A. (1982) : The effects of attenuation and site response on the spectra of micro-earthquakes in the northeastern Caribbean. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **72**, 1379-1402.
- 39) Frisch, U. (1968) : Wave propagation in random media. In *Probabilistic Method in Applied Mathematics*, Vol. 1, Edited by A.T. Bharucha-Reid, pp. 76-198, Academic, New York.
- 40) Gao, L.S., L.C. Lee, N.N. Biswas, and K. Aki (1983) : Comparison of the effects between single and multiple scattering on coda waves for local earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **73**, 377-389.
- 41) Gusev, A.A. and V.K. Lemzikov (1983) : Properties of scattered elastic waves in the lithosphere of Kamchatka : parameters and temporal variations. *Preprint*.
- 42) Haddon, R. A. W. (1973) : Scattering of seismic body waves by small random inhomogeneities in the earth. *Preprint*.
- 43) Herrmann, R.B. (1980) : Q estimates using the coda of local earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **70**, 447-468.
- 44) Hoang-Trong, P. (1983) : Some medium properties of the Hohenzollern-graben (Swabian Jura, W. Germany) inferred from  $Q_p/Q_s$  analysis. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **31**, 119-131.
- 45) Horie, A. and K. Aki (1982) : Three-dimensional velocity structure beneath the Kanto district, Japan. *J. Phys. Earth*, **30**, 255-281.
- 46) Howe, M.S. (1971) : Wave propagation in random media. *J. Fluid. Mech.*, **45**, 769-783.
- 47) Hudson, J.A. (1977) : Scattered waves in the coda of P. *J. Geophys.*, **43**, 359-374.
- 48) Hudson, J.A. and J.R. Heritage (1981) : The use of the Born approximation in seismic scattering problems. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **66**, 221-240.
- 49) Husebye, E.S., A. Christoffersson, K. Aki and C. Powell (1976) : Preliminary results on the 3-dimensional seismic structure under the USGS central California seismic array. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **46**, 319-340.
- 50) Ishida, M. and A. Hasemi (1983) : The spatial distribution of earthquake hypocenters and the three-dimensional velocity structure in the Kanto-Tokai district, Japan. *Preprint*, submitted to *J. Phys. Earth*.
- 51) Jackson, D.D. and D.L. Anderson (1970) : Physical mechanisms of seismic wave attenuation. *Rev. Geophys. Space Phys.*, **8**, 1-63.
- 52) Jin, A. (1984) : Temporal change in Coda Q before the Tangshan earthquake of 1976. *Preprint*, submitted to *J. Geophys. Res.*
- 53) Kanamori, H. and H. Mizutani (1965) : Ultrasonic measurements of elastic constants of rocks under high pressures. *Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. Tokyo*, **43**, 173-194.
- 54) Karal, F.C. and J.B. Keller (1964) : Elastic, electromagnetic and other waves in a random medium. *J. Math. Phys.*, **5**, 537-547.
- 55) Karson, J.A. (1982) : Reconstructed seismic velocity structure of the Lewis Hill Massif and implications for oceanic fracture zone. *J. Geophys. Res.*, **87**, 961-978.

- 56) Kikuchi, M. (1981) : Dispersion and attenuation of elastic waves due to multiple scattering from cracks. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **27**, 100-105.
- 57) Knopoff, L. and J.A. Hudson (1964) : Scattering of elastic waves by small inhomogeneities. *J. Acoust. Soc. Am.*, **36**, 338-343.
- 58) Kopnichev, Y.F. (1975) : A model of generation of the tail of the seismogram (in Russian). *Dolk. Akad. Nauk SSSR*, **222**, 333-335.
- 59) Kopnichev, Y.F. (1977) : The role of multiple scattering in the formation of a seismogram's tail (in Russian). *Izvestiya, Academy of Science USSR, Physics of the Solid Earth*, **13**, 394-398.
- 60) 熊沢峰夫 (1974) : 流動性と弾性波速度の関係. 固体の流動 (上田誠也編). 東海大学出版会, pp. 246-262.
- 61) Kurita, T. (1975) : Attenuation of shear waves along the San Andreas fault zone in Central California. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **65**, 277-292.
- 62) Landau, L.D. and E.M. Lifshitz (1959a) : *Fluid Mechanics*. Translated by J.B. Sykes and W.H. Reid, pp. 249-252, 294-297, Pergamon, London.
- 63) Landau, L.D. and E.M. Lifshitz (1959b) : *Theory of Elasticity*. Translated by J.B. Sykes and W.H. Reid, pp. 119-128, Pergamon, London.
- 64) Lundquist, G.M. and V.C. Cormier (1980) : Constraints on the absorption band model of Q. *J. Geophys. Res.*, **85**, 5244-5256.
- 65) Manghnani, M.H. and R. Ramanantoandro (1974) : Compressional and shear wave velocities in granulite facies rocks and eclogites to 10 kb. *J. Geophys. Res.*, **79**, 5427-5446.
- 66) Mason, W.P. (1969) : Internal friction mechanism that produces an attenuation in the earth's crust proportional to the frequency. *J. Geophys. Res.*, **74**, 4963-4966.
- 67) Mason, W.P., K.J. Marfurt, D.N. Beshers and J.T. Kuo (1978) : Internal friction in rocks. *J. Acoust. Soc. Am.*, **63**, 1596-1603.
- 68) Matsumura, S. (1981) : Three dimensional expression of seismic particle motions by the trajectory ellipsoid and its application to the observational data in the Kanto district, Japan. *J. Phys. Earth*, **29**, 221-239.
- 69) Mavco, G.M. (1980) : Velocity and attenuation in partially molten rocks. *J. Geophys. Res.*, **85**, 5173-5189.
- 70) Mavco, G.M. and A. Nur (1979) : Wave attenuation in partially saturated rocks. *Geophys.*, **44**, 161-178.
- 71) Mereu, R.F. and S.B. Ojo (1981) : The scattering of seismic waves through a crust and upper mantle with random lateral and vertical inhomogeneities. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **26**, 233-240.
- 72) Miles, J.W. (1960) : Scattering of elastic waves by small inhomogeneities. *Geophys.*, **15**, 642-648.
- 73) Modiano, T. and D. Hatzfeld (1982) : Experimental study of the spectral content for shallow earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **72**, 1739-1758.
- 74) Mitchell, B.J. (1980) : Frequency dependence of shear wave internal friction in the continental crust of eastern North America. *J. Geophys. Res.*, **85**, 5212-5218.

- 75) Morse, P. M. and H. Feshbach (1953) : *Methods of Theoretical Physics*. pp. 1 - 1978, McGraw-Hill, New York.
- 76) Nakamura, Y. and J. Koyama (1982) : Seismic Q of Lunar upper mantle. *J. Geophys. Res.*, **87**, 4855-4861.
- 77) Niida, K. (1974) : Structure of the Horoman ultramafic massif of the Hidaka metamorphic belt in Hokkaido, Japan. *J. Geol. Soc. Japan*, **80**, 31-44.
- 78) Nishizawa, O., C. Pearson and J. Albright (1983) : Properties of seismic wave scattering around water injection well at Fenton Hill hot dry rock geothermal site. *Geophys. Res. Lett.*, **10**, 101-104.
- 79) Nuttli, O.W. and R.B. Herrmann (1981) : Excitation and attenuation of strong ground motion. *Abstract of IASPEI 21st general assembly*, A 3. 7.
- 80) 小畑正明・永原信彦 (1984) : 幌満カンラン岩体の層状構造 ; 部分熔融マントルの流動分化. 日本地質学会第91回大会講演要旨, 328.
- 81) O'Connell, R.J. and B. Budiansky (1977) : Viscoelastic properties of fluid-saturated cracked solids. *J. Geophys. Res.*, **82**, 5719-5735.
- 82) Oliver, J., F. Cook, and L. Brown (1983) : COCORP and the continental crust. *J. Geophys. Res.*, **88**, 3329-3347.
- 83) Poupinet, G., W.L. Ellsworth, and J. Frechet (1983) : Monitoring velocity variations in the crust using earthquake doublets : an application to the Calaveras fault, California. *Preprint*, submitted to *J. Geophys. Res.*
- 84) Rautian, T.G. and V.I. Khalturin (1978) : The use of coda for determination of the earthquake source spectrum. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **68**, 923-948.
- 85) Rautian, T.G., V.I. Khalturin, V. G. Martynov and P. Molnar (1978) : Preliminary analysis of the spectral content of P and S waves from local earthquakes in the Garm, Tadjikistan region. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **68**, 949-971.
- 86) Roecker, S.W. (1982) : Velocity structure of Pamir-Hindu Kush region : possible evidence of subducted crust. *J. Geophys. Res.*, **87**, 945-959.
- 87) Roecker, S. W., B. Tucker, J. King and D. Hatzfeld (1982) : Estimates of Q in central Asia as a function of frequency and depth using the coda of locally recorded earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **72**, 129-149.
- 88) Rovelli, A. (1983) : Frequency relationship for seismic  $Q_\beta$  of central southern Italy from accelerograms for the Irpinia earthquake (1980). *Phys. Earth Planet. Inter.*, **32**, 209-217.
- 89) Salisbury, M.H. and N.I. Christensen (1978) : The seismic velocity structure of a traverse through the Bay of Island ophiolite complex, Newfoundland : an exposure of oceanic crust and upper mantle. *J. Geophys. Res.*, **83**, 805-817.
- 90) Sato, H. (1977a) : Energy propagation including scattering effect ; single isotropic scattering approximation. *J. Phys. Earth*, **25**, 27-41.
- 91) Sato, H. (1977b) : Single isotropic scattering model including wave conversions : simple theoretical model of the short period body wave propagations. *J. Phys. Earth*, **25**, 163-176.
- 92) Sato, H. (1978) : Mean free path of S waves under the Kanto district of Japan. *J. Phys. Earth*, **26**, 185-198.

- 93) Sato, H. (1979) : Wave propagation in one dimensional inhomogeneous elastic media. *J. Phys. Earth*, **27**, 455-466.
- 94) Sato, H. (1981) : Attenuation of elastic waves in one-dimensional inhomogeneous elastic media. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **26**, 244-245.
- 95) Sato, H. (1982a) : Amplitude attenuation of impulsive waves in random media based on travel time corrected mean wave formalism. *J. Acoust. Soc. Amer.*, **71**, 559-564.
- 96) Sato, H. (1982b) : Attenuation of S waves in the lithosphere due to scattering by its random velocity structure. *J. Geophys. Res.*, **87**, 7779-7785.
- 97) Sato, H. (1982c) : Coda wave excitation due to nonisotropic scattering and nonspherical source radiation. *J. Geophys. Res.*, **87**, 8665-8674.
- 98) Sato, H. (1984) : Attenuation and envelope formation of three-component seismograms of small local earthquakes in randomly inhomogeneous lithosphere. *J. Geophys. Res.*, **89**, 1221-1241.
- 99) 佐藤春夫・松村正三 (1980a) : 関東地方のS波 (2~32Hz) の $Q^{-1}$ 値. 地震, **33**, 541-543.
- 100) Sato, H. and S. Matsumura (1980b) : Three dimensional analysis of scattered P waves on the basis of the PP single isotropic scattering model. *J. Phys. Earth*, **28**, 521-530.
- 101) Savage, J.C. (1966) : Thermoelastic attenuation of elastic waves by cracks. *J. Geophys. Res.*, **71**, 3929-3938.
- 102) Schilt, S., J. Oliver, L. Brown, S. Kaufman, D. Albaugh, J. Brewer, F. Cook, L. Jensen, P. Krumhansl, G. Long and D. Steiner (1979) : The heterogeneity of the continental crust : results from deep crustal reflection profiling using the VIBROSEIS technique. *Rev. Geophys. Space Phys.*, **17**, 354-368.
- 103) Singh, S.K., R.J. Apsel, J. Fried, and J.N. Brune (1982) : Spectral attenuation of SH waves along the Imperial fault. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **72**, 2003-2016.
- 104) Singh, S. and R.B. Herrmann (1983) : Regionalization of crustal coda Q in the continental United States. *J. Geophys. Res.*, **88**, 527-538.
- 105) Soloviev, S.L. (1965) : Seismicity of Sakhalin. *Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. Tokyo*, **43**, 95-102.
- 106) Spencer, Jr. J.W. (1981) : Stress relaxation at low frequencies in fluid-saturated rocks : attenuation and modulus dispersion. *J. Geophys. Res.*, **86**, 1803-1812.
- 107) Suyehiro, S. (1968) : Changes in earthquake spectrum before and after the Matsushiro swarm. *Pap. Met. Geophys.*, **19**, 427-435.
- 108) Suzuki, S. (1972) : Anomalous attenuation of P waves in the Matsushiro earthquake swarm area. *J. Phys. Earth*, **20**, 1-21.
- 109) 鈴木宏芳・池田隆司・御子柴正・木下繁夫・佐藤春夫・高橋 博 (1981) : 関東・東海地域における孔井検層資料集. 防災科学技術資料, **65**, 1-162.
- 110) Takahashi, H. and K. Hamada (1975) : Deep borehole observation of the earth's crust activities around Tokyo : introduction of the Iwatsuki observatory. *Pure Appl. Geophys.*, **113**, 311-320.
- 111) Tatarsky, V.I. (1961) : *Wave Propagation in a Turbulent Medium*. Translated by R.A. Silverman, New York, McGraw-Hill, p. 18.

- 112) 立川真理子 (1983) : 関東・東海地域地殻活動観測網における自動検測による振動継続時間マ  
グニチュードの決定. 国立防災科学技術センター研究報告, **31**, 89-100.
- 113) Tittmann, B.R. (1977) : Internal friction measurements and their implications in  
seismic Q structure model of the crust. In *The Earth's Crust*, AGU monograph,  
pp. 197-213.
- 114) Tittmann, B.R., V.A. Clark and J.M. Richardson (1980) : Possible mechanism  
for seismic attenuation in rocks containing small amounts of volatiles. *J.  
Geophys. Res.*, **85**, 5199-5208.
- 115) Tsai Y.B. and K. Aki (1969) : Simultaneous determination of the seismic  
moment and attenuation of seismic surface waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*,  
**59**, 275-287.
- 116) Tsang, L. and J. A. Kong (1980) : Thermal micro wave emission from a three-  
layer random medium with three dimensional variations. *IEEE Trans. Geoscience  
Remote Sensing*, GE-18, 212-216.
- 117) Tsujiura, M. (1978) : Spectral analysis of the coda waves from local earthquakes.  
*Bull. Earthquake Res., Inst., Univ. Tokyo*, **53**, 1-48.
- 118) Tsukahara, H (1976) : Terrestrial heat flow at the Iwatsuki deep well observatory  
and crustal temperature profiles beneath the Kanto district, Japan. *Res. Notes  
National Res. Ctr. Disast. Prev.*, **21**, 1-9.
- 119) Tsumura, K. (1967) : Determination of earthquake magnitude from total duration  
of oscillation. *Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. Tokyo*, **45**, 7-18.
- 120) Ukawa, M. and Y. Fukao (1981) : Poisson's ratio of the upper and lower crust  
and the sub-moho mantle beneath central Honshu, Japan. *Tectonophysics*, **77**,  
233-256.
- 121) Uyeda, S. and K. Horai (1964) : Terrestrial heat flow in Japan. *J. Geophys. Res.*,  
**69**, 2121-2141.
- 122) Vinik, L. P. (1981) : Evaluation of the effective cross-section of scattering in the  
lithosphere. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **26**, 268-284.
- 123) Walsh, J.B. (1966) : Seismic wave attenuation in rock due to friction. *J. Geophys.  
Res.*, **71**, 2591-2599.
- 124) Walsh, J. B. (1969) : New analysis of attenuation in partially melted rock. *J.  
Geophys. Res.*, **74**, 4333-4337.
- 125) Weertmann, J. and J. R. Weertmann (1975) : High temperature creep of rocks  
and mantle viscosity. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, **3**, 293.
- 126) Wesley, J. P. (1965) : Diffusion of seismic energy in the near range. *J. Geophys.  
Res.*, **70**, 5099-5106.
- 127) Williams, H. (1971) : Mafic-ultramafic complexes in Western Newfoundland  
Appalachians and the evidence for transportation : a review and interim report.  
*Proc. Geol. Ass. Can.*, **24** (1), 9-25.
- 128) Wu, R. S. (1982) : Attenuation of short period seismic waves due to scattering.  
*Geophys. Res. Letter*, **9**, 9-12
- 129) Wyss, M. and J. N. Brune (1968) : Seismic moment, stress and source dimensions  
for earthquakes in the California-Nevada region. *J. Geophys. Res.*, **73**, 4681-4694.

- 130) Yamamizu, F., N. Goto, and Y. Ohta (1983) : Attenuation of shear waves in deep soil deposits as revealed by downhole measurements in the 2,300m-borehole of the Shimohsa observatory, Japan. *J. Phys. Earth*, **31**, 139-157.
- 131) Ying, C. F. and R. Truell (1956) : Scattering of a plane longitudinal wave by a spherical obstacle in an isotropically elastic solid. *J. Appl. Phys.*, **27**, 1087-1097.
- 132) Zener, C. M. (1948) : *Elasticity and Anelasticity of Metals*. Univ. Chicago, Chicago, p. 170.

(1984年6月21日 原稿受理)